ТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА «ОРМО»

07278

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ

заключительного этапа

Шифр

мет	МАТЕМАТИКА
ант	ВАРИАНТ 1
	9 С
лия	ДОЛГОШЕЙ
	РОМАН
тво	СТАНИСЛАВОВИЧ
рождения	15 (Число) 03 (Месяц) 2007 (Год)
а	
н *(пр: Томская обл., инградская область)*	Красноярский
ниципального образования *п, деревня, село, город)*	город
енный пункт *(пр: Томск, ово, Псков)*	КРАСНОЯРСК
е наименование овательного учреждения, ром Вы обучаетесь в е время	МАОУ Гимназия №13 „Академ"

асие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e–mail зультатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись РДолг

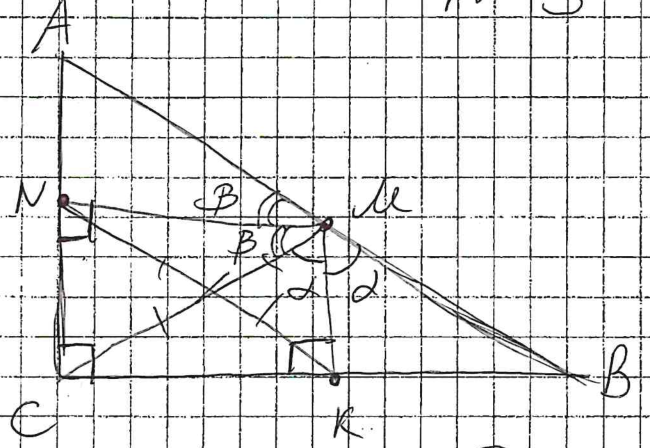
Шифр 07278

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
23		Емельянова	Ем

1	2	3	4	5	Σ
-	3	6	7	7	23

N 5



Дано: $\triangle ABC$ - прямоуг.

$\angle C = 90°$, MN и

MK - бисс

$NK = CM$

Док-ть: M - сер. AB

Док-во:

1) Пусть $\angle BMK = \alpha$, тогда $\angle CMB = 2\alpha$;

$\angle AMN = \beta \Rightarrow \angle AMC = 2\beta$: $2\alpha + 2\beta = 180° \Rightarrow \alpha + \beta = 90$

$\Rightarrow \angle NMK = 90° = \alpha + \beta$

2) $NMKC$ - впис., т.к $\angle C + \angle NMK = 90° \cdot 2 = 180°$

$\Rightarrow NK$ - диаметр ($\angle NMK = 90°$). Т.к

$NK = CM$, то CM тоже диаметр $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle K = \angle N = 90° \Rightarrow MK$ и MN - высоты

3) В $\triangle CMB$ MK - бисс. и высота $\Rightarrow \triangle CMB$ - р/б

$\Rightarrow CM = MB$. В $\triangle AMC$: MN - бисс и высота $\Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle AMC$ - р/б $\Rightarrow AM = MC$

4) $AM = CM$, $CM = MB \Rightarrow AM = MB \Rightarrow M$ - сер. стороны

ч.т.д.

скобы

Шифр 07278

№2

$X_n = 1^n + 2^n + 3^n + 4^n + 5^n$

Нельзя найти 3 подряд идущих членов дел на 2025. ~~т.к. если~~ Пусть $X_n = a^n + b^n + c^n + d^n + e^n$.

Если число a, b, c, d, e (любое из) не дел. на 5, то при возведении в степень также не будет делителя 5 => на 5 дел каждый 5 член X_n. Если число не кратно 5, т.к. 5 – множитель 2025, то это число не будет делиться на 2025

Ответ: нет, не возможно.

№3

$(\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c})^2 \leq 3(a+b+c)$

По нер-ву Коши-Буняковского $\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c} \geq \frac{\sqrt[6]{abc}}{3} \Rightarrow$

$\Rightarrow (\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c})^2 \geq \frac{\sqrt[3]{abc}}{9}$

2) $a+b+c \geq \frac{\sqrt[3]{abc}}{3} \Rightarrow 3(a+b+c) \geq \sqrt[3]{abc}$

Тогда слева выражение $\geq \frac{\sqrt[3]{abc}}{9}$, а справа $\geq \sqrt[3]{abc} \Rightarrow$

$\Rightarrow$ ч. правая часть $\geq$, ч.т.д.

№4

$(x_1 - x_3)(x_2 + x_3)(x_1 + x_4)(x_2 + x_4) = \cancel{(x_1^2 - x_1 x_3 - x_3 x_4 + x_1 x_4)} \cdot$
$\cancel{\cdot (x_2^2 }... = (x_1 x_2 - x_1 x_3 - x_3 x_4 + x_2 x_4)(x_1 x_2 - x_2 x_3 - x_3 x_4 + x_1 x_4) =$

по т. Виета:

$x_1 x_2 = 1, \quad x_1 + x_2 = -p_1$

$x_3 x_4 = 1, \quad x_3 + x_4 = -p_2$

$= (1 - x_3 x_1 - 1 + x_2 x_4)(1 - x_2 x_3 - 1 + x_1 x_4) = (-x_3 x_1 + x_2 x_4) \cdot (x_1 x_4 - x_2 x_3)$

$= -x_1^2 \cdot x_3 x_4 + x_4^2 \cdot x_1 x_2 - x_2^2 \cdot x_3 x_4 + x_3^2 \cdot x_1 x_2 =$

$= x_4^2 - x_1^2 + x_3^2 - x_2^2 = (x_3 + x_4)^2 - 2x_3 x_4 - (x_1 + x_2)^2 + 2x_1 x_2 =$

$= p_2^2 - 2 - p_1^2 + 2 = p_2^2 - p_1^2$

ч.т.д.

№3

$(\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c})^2 \leq 3(a + b + c)$

$a + b + c + 2(\sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ac}) \leq 3(a + b + c) \quad |:2$

$a + b + c \geq \sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ac} \quad ? \quad | \cdot 2 \quad \Leftrightarrow ?$

$a + b + c + a + b + c - 2\sqrt{ab} - 2\sqrt{bc} - \sqrt{2ac} \geq 0$

$(a - 2\sqrt{ab} + b) + (b - 2\sqrt{bc} + c) + (a - \sqrt{ac} + c) \geq 0$

$(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 + (\sqrt{b} - \sqrt{c})^2 + (\sqrt{a} - \sqrt{c})^2 \geq 0$

сумма квадратов всегда ≥ 0 $\Rightarrow$ утверждение верно для $\forall\, a, b, c \geq 0$

ч.т.д.