ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА «ОРМО»
ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

08164
Шифр

…ет	математика
…т	1
	9
…ия	ДОГОЛДЧЕВА
	АЛЕКСАНДРА
…во	СЕРГЕЕВНА
…ождения	27 (Число) 11 (Месяц) 2007 (Год)
	Россия
… (пр: Томская обл., …нградская область)	Ростовская область
…иципального образования (… деревня, село, город)	город
…нный пункт (пр: Томск, …во, Псков)	г. Ростов-на-Дону
… наименование …ательного учреждения, …ом Вы обучаетесь в …время	МБОУ „Школа №105"

…сие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e–mail …ультатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись ________

Место для скобы

Шифр 08164

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
15	6.10.4	Керякина Е.Е.	

1	2	3	4	5	Σ
1	0	7	0	7	15

№3

Док-ть:

$(\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c})^2 \leq 3(a+b+c)$

$(\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c})^2 = a+b+c+2\sqrt{ab}+2\sqrt{ac}+2\sqrt{bc}$

$a+b+c+2\sqrt{ab}+2\sqrt{ac}+2\sqrt{bc} \leq 3a+3b+3c$

$2a+2b+2c-2\sqrt{ab}-2\sqrt{bc}-2\sqrt{ac} \geq 0$

$(a-2\sqrt{ab}+b)+(a-2\sqrt{ac}+c)+(b-2\sqrt{bc}+c) \geq 0$

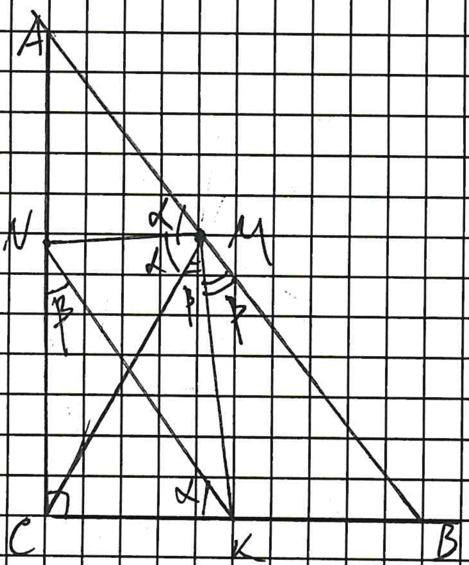
$(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2+(\sqrt{a}-\sqrt{c})^2+(\sqrt{b}-\sqrt{c})^2 \geq 0$

сумма квадратов всегда неотрицательна $\Rightarrow$

$(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2+(\sqrt{a}-\sqrt{c})^2+(\sqrt{b}-\sqrt{c})^2 \geq 0 \Rightarrow$

$(\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c})^2 \leq 3(a+b+c)$ ч.т.д.

+



№5

Дано: $\triangle ABC$ - прямоугол.

$CM = NK$, $M \in AB$, MK и MN - биссектр.

Док-ть: M - середина AB

№5 (продолжение)

1) Т.к MN и MK биссектр. $\Rightarrow \angle AMN = \angle CMN = \alpha$

$\angle CMK = \angle KMB = \beta$

2) $\angle AMC + \angle CMB = 2\alpha + 2\beta = 180 \Rightarrow \alpha + \beta = 90 \Rightarrow$

$\triangle MKN$ - прямоугол.

3) $\angle NCK = \angle NMK = 90 \Rightarrow CNMK$ - вписанный $\Rightarrow$

$\angle CKN = \angle NMC = \alpha$

$\angle CMK = \angle CNK = \beta$

4) Р-м $\triangle CNM$ и $\triangle CKN$:

$\left.\begin{array}{l}\angle NMC = \angle CKN = \alpha \\ CM = NK\end{array}\right\} \Rightarrow \triangle CNM = \triangle CKN \Rightarrow \angle CNM = 90 \Rightarrow$

$CNMK$ - прям-ник.

5) Т.к $CNMK$ - прям-ник $\Rightarrow \angle CNM$ и $\angle CKM = 90 \Rightarrow$

MN и MK - бис-ы и высоты $\Rightarrow \triangle AMC$ и $\triangle CMB$ -

равнобедренные $\Rightarrow AM = MB \Rightarrow M$ - середина AB

№4

x^2+p_1x+1 x_1 и x_2 - корни

x^2+p_2x+1 x_3 и x_4 - корни

x^2+p_1x+1

по т. Виета $\begin{cases} x_1x_2=1 \\ x_1+x_2=-p_1 \end{cases}$

x^2+p_2x+1

$\begin{cases} x_3x_4=1 \\ x_3+x_4=-p_2 \end{cases}$

x^2+p_1x+1

$D=p_1^2-4 \Rightarrow x_{1,2}=\frac{-p_1\pm(p_1^2-4)}{2}$?? $\sqrt{D}$

$x_1\cdot x_2=1 \Rightarrow \frac{(-p_1+p_1^2-4)(-p_1-p_1^2+4)}{4}=1$

$\frac{p_1^2+\cancel{p_1^3}-4p_1-\cancel{p_1^3}-p_1^4+4p_1^2-\cancel{4p_1}+4p_1^2-16}{4}=1$

$p_1^4-9p_1^2+20=0$ $p_1=\pm 2$

~~x^2+2x~~

аналогично и со вторым трехчленом $p_2=\pm 2$? $\Rightarrow$

трехчлены принимают вид

x^2+2x+1 и $x^2-2x+1 \Rightarrow$

$x_1=x_2=-1$ $x_3=x_4=1$

Место для скобы

Шифр 08164

№ 4 (продолжение)

~~$(x_1-x_3)(x_2-x_3)(x_1+x_4)$~~

$(x_1-x_3)(x_2-x_3)(x_1+x_4)(x_2+x_4)=p_2^2-p_1^2$

$-2\cdot(-2)\cdot 0\cdot 0=4-4$

$0=0 \Rightarrow$ равенство справедливо ч.т.д.

№ 1

$2y^2-xy-x^2+2y+7x-84=0$

решим относительно y:

$84: \pm1; \pm2; \pm3; \pm4; \pm6; \pm7; \pm12; 14$ и т.д

перебирая все возможные значения y $x\in N$ только

при $y=6 \Rightarrow 2\cdot6^2-6x-x^2+2\cdot6+7x-84=0$

$\cancel{72}-6x-x^2+\cancel{12}+7x-\cancel{84}=0$

$x^2-x=0$

$x(x-1)=0$

$x=0 \quad x=1$

$x=0\notin N \Rightarrow x=1$

$x=1 \quad y=6$

Ответ: $(1;6)$