КРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА «ОРМО»

07033

Шифр

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ

заключительного этапа

т	МАТЕМАТИКА
	1
	10
я	ДЕНИСЕНКО
	ИЛЬЯ
)	ВАДИМОВИЧ
ждения	04 (Число) 02 (Месяц) 2006 (Год)
	Россия
пр: Томская обл., градская область)	Томская обл.
ципального образования *(деревня, село, город)*	город
ный пункт *(пр: Томск, о, Псков)*	Томск
аименование тельного учреждения, м Вы обучаетесь в ремя	ОГБОУ ТФТЛ

ие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e–mail ьтатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись ____________________

Шифр 07033

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
17б	28.03.23	Хмылова Г.Е.	[signature]

1	2	3	4	5
3	0	7	7	–

№3

$$\frac{a+b-c}{2c}+\frac{b+c-a}{2a}+\frac{a+c-b}{2b}\geq\frac{3}{2}\quad |\cdot 2$$

$$\frac{a+b-c}{c}+\frac{b+c-a}{a}+\frac{a+c-b}{b}\geq 3$$

$$\frac{a+b}{c}-1+\frac{b+c}{a}-1+\frac{a+c}{b}-1\geq 3$$

$$\frac{a}{c}+\frac{c}{a}+\frac{b}{c}+\frac{c}{b}+\frac{b}{a}+\frac{a}{b}\geq 6$$ ✓

$$\frac{a^2+c^2}{ac}+\frac{b^2+c^2}{bc}+\frac{b^2+a^2}{ab}\geq 6$$

Рассм. отдельно каждое слагаемое:

$\frac{a^2+c^2}{ac}\geq 2\quad |\cdot ac\neq 0$ $\qquad$ $\frac{b^2+c^2}{bc}\geq 2\quad |\cdot bc\neq 0$ $\qquad$ $\frac{b^2+a^2}{ab}\geq 2\quad |\cdot ab\neq 0$

$a^2-2ac+c^2\geq 0$ $\qquad$ $b^2-2bc+c^2\geq 0$ $\qquad$ $a^2+b^2-2ab\geq 0$

$(a-c)^2\geq 0$ всегда $\qquad$ $(b-c)^2\geq 0$ всегда $\qquad$ $(a-b)^2\geq 0$ всегда

т.к. каждое из 3-ех слагаемых ≥ 2 $\Rightarrow$ их сумма ≥ 6

$$\Rightarrow \frac{a+b-c}{2c}+\frac{b+c-a}{2a}+\frac{a+c-b}{2b}\geq\frac{3}{2}$$ ч.т.д. ✓

скобы

Шифр 07033

№4

$x^2 + px - \frac{1}{2p^2} = 0$. Обозначим за корни x_1, x_2

по Т. Виета:

$\begin{cases} x_1 \cdot x_2 = -\frac{1}{2p^2} \\ x_1 + x_2 = -p \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (x_1 + x_2)^2 = p^2 \\ 2 \cdot x_1 \cdot x_2 = -\frac{1}{p^2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1^2 + x_2^2 + 2x_1 \cdot x_2 = p^2 \\ 2 \cdot x_1 \cdot x_2 = -\frac{1}{p^2} \end{cases}$

$x_1^2 + x_2^2 = \frac{p^4+1}{p^2}$

$\begin{cases} (x_1^2 + x_2^2)^2 = \left(\frac{p^4+1}{p^2}\right)^2 \\ 2 \cdot x_1^2 \cdot x_2^2 = \frac{2 \cdot 1}{4p^4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1^4 + x_2^4 + 2x_1^2 \cdot x_2^2 = \frac{p^8+2p^4+1}{p^4} \\ 2x_1^2 \cdot x_2^2 = \frac{1}{2p^4} \end{cases}$

$x_1^4 \cdot x_2^4 = \frac{p^8 + 2p^4 + 1}{p^4} - \frac{1}{2p^4}$

$x_1^4 \cdot x_2^4 = \frac{2p^8 + 4p^4 + 1}{2p^4} \Rightarrow \frac{2p^8 + 4p^4 + 1}{2p^4} \geq 2 + \sqrt{2} \quad | \cdot 2p^4 \neq 0$

$2p^4 > 0$

$2p^8 + 4p^4 + 1 \geq 4p^4 + 2\sqrt{2} \cdot p^4$

$2p^8 - 2\sqrt{2} \cdot p^4 + 1 \geq 0$

$(\sqrt{2} \cdot p^4)^2 - 2 \cdot \sqrt{2} \cdot p^4 + 1 \geq 0$

$(\sqrt{2}p^4 - 1)^2 \geq 0$

всегда $\Rightarrow$

$x_1^4 + x_2^4 \geq 2 + \sqrt{2}$

ч.т.д.

7Б.

№2

$$\begin{cases} \cos 3x = A\cdot\sin 2x \\ \sin 3x = B\cdot\cos 4x \end{cases}$$

$$\sin 3x\cdot\cos 3x = AB\cdot\cos 4x\cdot\sin 2x$$

$$\sin 3x = \frac{AB\cdot\cos 4x\cdot\sin 2x}{\cos 3x}$$

$$\sin 3x = A\cdot B.$$

№1

$$y^2(y-x+2) - y(x+4) + 5x + 7 = 0$$

$$y^3 - y^2x + 2y^2 - xy - 4y + 5x + 7 = 0$$

$$y^3 + 2y^2 - 4y + 7 = xy^2 + xy - 5x$$

$$x = \frac{y^3 + 2y^2 - 4y + 7}{y^2 + y - 5}.$$

Методом подбора нужно отобрать такие целые y, чтобы и x был целым:

1) $x = -2$, $y = 1$ 2) $x = 15$, $y = 2$ 3) $x = -5$, $y = -2$ 4)

Ответ: $(-5;-2)$; $(-2;1)$; $(15;2)$.