Место для скобы

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА «ОРМО»

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ

заключительного этапа

03661

Шифр

1.	Предмет	МАТЕМАТИКА
2.	Вариант	1
3.	Класс	10
4.	Фамилия	ДЕЛЬ
	Имя	ДАРЬЯ
	Отчество	ДЕНИСОВНА
5.	Дата рождения	Число: 06; Месяц: 05; Год: 2005
6.	Страна	Россия
7.	Регион *(пр: Томская обл., Калининградская область)*	Новосибирская область
8.	Вид муниципального образования *(пр: пгт, деревня, село, город)*	Город
9.	Населенный пункт *(пр: Томск, Кемерово, Псков)*	КАРАСУК
10.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь в данное время	МБОУ Технический лицей №176 Карасукского района Новосибирской области

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e–mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись Def

Шифр 03661

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
29		Емельянова	Ем

1	2	3	4	5	Σ
5	7	6	7	3	29

Задание 1

$1!+2!+3!+...+n!$ $\quad n!=1\cdot2\cdot3\cdot...\cdot n$ Распишем и получим:

$1!=1$

$1!+2!=1+2=3$ Нет числа, которое даёт квадрат числа 3. То есть получаем, что

$1!+2!+3!=1+2+6=9$ при значениях $n=1$ и $n=3$, сумма

$1!+2!+3!+4!=33$ является точечным квадратом.

$1!+2!+3!+4!+5!=153$

не обосновано, почему все следующие суммы будут оканчиваться на 3

Ответ: 1; 3

Задание 2

$p(x)=(a+1)x^2-(a+1)x+2022$ $\quad -2022\le p(x)\le 2022$

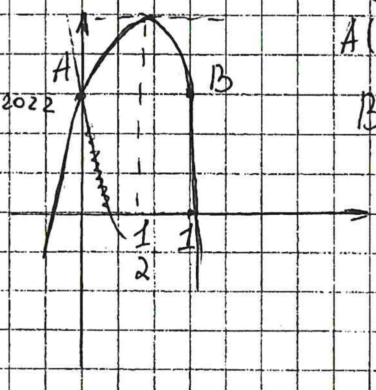
Рассмотрим три случая:

$(a+1)<0$ Возьмем числа 0 и 1

$p(0)=(a+1)\cdot0-(a+1)\cdot0+2022=2022$

$p(1)=(a+1)\cdot1-(a+1)\cdot1+2022=2022$

Построим параболу:



$A(0;2022)$

$B(1;2022)$

В точке $\frac{1}{2}$ значение не входит в наш промежуток, так как A и B уже имеют координату 2022

$-2022\le p(x)\le 2022$

Следовательно этого не может быть.

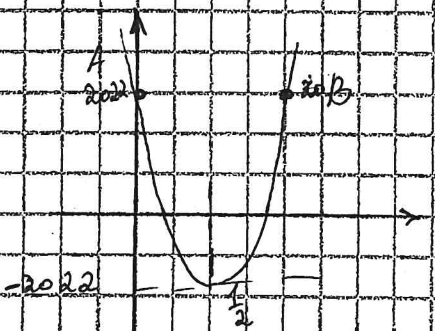
Рассмотрим, когда $(a+1)=0$. Получаем что $a=-1$.

Рассмотрим, когда $(a+1)\neq 0$

Берем значения 0 и 1

$p(0)=2022$ $\quad$ $p(1)=2022$

Построим параболу:



A(0; 2022)

B(1; 2022)

Подставим и найдем a.

$$-2022=(a+1)\frac{1}{4}-(a+1)\frac{1}{2}+2022$$

$a=16175$ $\quad$ Получаем, что $a=-1$ и $a=16175$

Но задача найти наибольшее возможное значение a,

То есть $a=16175$

Ответ: 16175

Задание 3

$a^3-2022a+1011=0$ $\quad b^3-2022b+1011=0$ $\quad c^3-2022c+1011=0$

Получаем общую формулу: $x^3-2022x+1011=0$

Распишем $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}$

$$\frac{1}{a}^{\backslash bc}+\frac{1}{b}^{\backslash ac}+\frac{1}{c}^{\backslash ab}=\frac{bc+ac+ab}{abc}$$

Распишем $(x-a)(x-b)(x-c)$

Шифр 03661

Получаем $x^3-cx^2-bx^2+bcx-ax^2+acx+abx-abc$

Упрощаем: $x^3-(a+b+c)x^2+(bc+ac+ab)x+abc$

Приравниваем и получаем: ?

нет обоснования

$x^3-2022x+1011=x^3-(a+b+c)x^2+(bc+ac+ab)-abc.$

Исходя из этого мы получаем:

$$x^3-\underbrace{(a+b+c)}_{0}x^2+\underbrace{(bc+ac+ab)}_{2022}x-\underbrace{abc}_{1011}$$

Подставляем:

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=\frac{bc+ac+ab}{abc}=\frac{-2022}{-1011}=2$$

Ответ: 2

Задание 4

$$(a^2+b^2+c^2)(x^2+y^2+z^2)-(ax+bz)^2-(by+cx)^2-(cz-ay)^2\geq 0$$

Перенесем всё со знаком „-" в правую часть:

$$(a^2+b^2+c^2)(x^2+y^2+z^2)\geq(ax+bz)^2+(by+cx^2)+(cz-ay)^2$$

Перемножим все значения:

$$a^2x^2+a^2y^2+a^2z^2+b^2x^2+b^2y^2+b^2z^2+c^2x^2+c^2y^2+c^2z^2\geq a^2x^2+2abxz+b^2z^2+$$
$$+b^2y^2+2bcxy+c^2x^2+c^2z^2-2acyz+a^2y^2$$

Сократим и получим:

$$a^2z^2+b^2x^2+c^2y^2\geq 2abxz+2bcxy-2acyz$$

Чтобы дальше было легче заменем значения на:

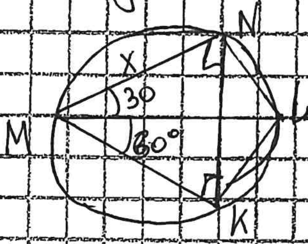
$a^2z=d \quad bx=n \quad cy=k$

$$d^2+n^2+k^2\geq 2dn+2dk+2nk$$

$$d^2+n^2+k^2-2dn-2dk+2nk\geq 0$$

$(-m+n+k)^2 \geq 0$ Вывод: неравенство будет выполняться для любых значениях переменных a, b, c, x, y, z, так как в квадратном неравенстве любое число в квадрате больше 0.

Задание 5



Дано:
$\angle LMN = 30°$

$S_{MNLK} = 25$

$MN + MK - ?$

Решение:

Рассмотрим вариант того, что диаметр лежит на биссектрисе.

$\angle N = \angle K = 90°$, так как опираются на диаметр

$\angle L = 60°$

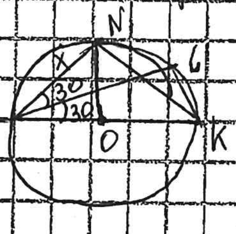
Получаем, что $\triangle MNL = \triangle MKL$ заменим $MN = x$, $ML = f$

$S_{MNL} = \frac{1}{2}xf \Rightarrow S_{MNLK} = xf = 25$ $\quad x = \frac{25}{f}$

$tg\,30° = \frac{\sqrt{3}}{3}$

$\frac{f^2}{25} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ $\quad f = \frac{5}{4\sqrt{3}} \Rightarrow$ $x = 5 \cdot 4\sqrt{3} \Rightarrow MN + MK = 10 \cdot 4\sqrt{3}$?

Рассмотрим второй вариант, когда диаметр - сторона угла



$ON = MO = x$

$MK = f$ $\quad MN = 60°$, потому что $\angle MON$ опирается на дугу. так как $\angle NMK = 60° \Rightarrow MO = MN = x$

$ML = MK$ т.к. $\triangle MNK = \triangle MLK$ - равные углы и MN - общая

$S_{\triangle MKL} = \frac{2xf}{f}$

$\triangle MLK$ - прямоугол., так как $\angle M$ и $\angle K$ опирается на диаметр скобы

Шифр 3661

$MK = \sqrt{3x^2} = x\sqrt{3} = f$

$x^2 = \dfrac{100\sqrt{3}}{3}$

~~$x = \dfrac{10f\sqrt{3}}{3}$~~

переход неверен

$x = \dfrac{10\cdot 4\sqrt{3}}{3}$?

Получаем, что $MN + MK = 104\sqrt{3} = 3x$

Мы рассмотрели два варианта и получили один и тот же ответ $\Rightarrow MN + MK = 104\sqrt{3}$

Ответ: $10\cdot 4\sqrt{3}$