ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА ВУЗОВ ТОМСКОЙ ОБЛАСТИ «ОРМО»

004509

Шифр

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ

1.	Предмет	Орг. документы
2.	Вариант	Математика 10 класс Вариант 3 закл
3.	Класс	10
4.	Фамилия	Ц И Т Е Л О В А
	Имя	Е Л И З А В Е Т А
	Отчество	Д М И Т Р И Е В Н А
5.	Дата рождения	21 (число) 05 (месяц) 2004 (год)
6.	Страна	Россия
7.	Регион (пр: Томская обл., Алтайский край)	г Санкт-Петербург
8.	Вид муниципального образования (пр: село, город, пгт, деревня)	Город
9.	Населенный пункт (пр: Томск, Кемерово, Псков)	Санкт-Петербург
10.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь	ГБОУ лицей №533 «Образовательный комплекс «Малая Охта»

1	2	3	4	5	Σ
7	7	7	7	3	31

Место для скобы

Шифр 004509

№ 2

$$\begin{cases} 3xy-5yz-xz=3y \\ -5xy+4yz+xz=-4y \\ xy+yz=-y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3xy-5xy-5yz+4yz-xz+xz=3y-4y \\ xy+yz=-y \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -2xy-yz=-y \\ xy+yz=-y \end{cases} \quad \exists\, y\neq 0 \quad \Rightarrow \begin{cases} \cancel{y}(-2x-z)=-\cancel{y} \\ \cancel{y}(x+z)=-\cancel{y} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2x-z=-1 \\ x+z=-1 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x+z=1 \\ x+z=-1 \end{cases} \quad z=1-2x$$

$x+z=-1$

~~далее~~

$x+1-2x=1-x=-1 \Rightarrow x=2 \Rightarrow z=-3$

Далее узнаем y:

$3xy-5yz-xz=3y$

$y(3x-5z)-xz=3y$

$-xz=3y-y(3x-5z)=y(3-3x+5z) \Rightarrow y=\dfrac{-xz}{(3-3x+5z)}=\dfrac{6}{3-21}=\dfrac{6}{-18}=-\dfrac{1}{3}$

$x=2\ ;\ z=-3\ ;\ y=-\frac{1}{3}$

. Теперь $\exists\, y=0 \Rightarrow$

$\Rightarrow 3xy-5yz-xz=3y \Leftrightarrow 0-0-xz=0 \Leftrightarrow -xz=0 \Leftrightarrow xz=0$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=0,\ z\in(-\infty;+\infty),\ y=0 \\ z=0,\ x\in(-\infty;+\infty),\ y=0 \end{array}\right.$$

Ответ: $\left[\begin{array}{l} x=0,\ z\in(-\infty;+\infty),\ y=0 \\ z=0,\ x\in(-\infty;+\infty),\ y=0 \\ x=2\ ;\ z=-3\ ;\ y=-\frac{1}{3} \end{array}\right.$

Место для скобы

Шифр 004509

№3

* Квадратный трёхчлен ax^2+bx+c.

$$a\cdot 0^2+b\cdot 0+c+a\cdot 1^2+b\cdot 1+c=a+b+2c=0$$

$$a\cdot 2^2+b\cdot 2+c+a\cdot 3^2+b\cdot 3+c=4a+2b+c+9a+3b+c=13a+5b+2c=0$$

* Уравнение $ax^2+bx+c=1020$ у него не более 2-ух решений x_1 и x_2

Согласно теореме Виета:

$$\begin{cases} x_1+x_2=\frac{-b}{a} \\ x_1x_2=\frac{c}{a} \end{cases}$$

Если мы хотим найти сумму, то мы дожжим высчитать значение $\frac{-b}{a}$, для этого воспользуемся вышеупомянутыми выражениями

$$\begin{cases} a+b+2c=0 \\ 13a+5b+2c=0 \end{cases}$$

$a+b=-2c$ и $13a+5b=-2c$

$a+b=13a+5b$

$12a+4b=0$

$12a=-4b$

$3a=-b \Rightarrow \frac{-b}{a}=3$ Отсюда следует, что $x_1+x_2=\frac{-b}{a}=3$

Ответ: ~~[illegible]~~ $x_1+x_2=3$, где x_1, x_2 - корни уравнение.

Место для скобы

Шифр 004509

№4

$\cancel{\text{Д}}$ $\sqrt[2020]{2019\cdot 2020^{-1}}+\sqrt[2020]{2020\cdot 2017^{-1}}>2$ для того, чтобы доказать это неравенство можно доказать, что:

$$\frac{\sqrt[2020]{\frac{2019}{2020}}+\sqrt[2020]{\frac{2020}{2017}}}{2}>1$$ Для того, чтобы доказать это неравенство воспользуемся более сильным утверждением Неравенством о средних:

$$\frac{\sqrt[2020]{\frac{2019}{2020}}+\sqrt[2020]{\frac{2020}{2017}}}{2}\geqslant\sqrt[2]{\sqrt[2020]{\frac{2019}{\cancel{2020}}\cdot\frac{\cancel{2020}}{2017}}}$$

$$\frac{\sqrt[2020]{\frac{2019}{2020}}+\sqrt[2020]{\frac{2020}{2017}}}{2}\geqslant\sqrt[2]{\sqrt[2020]{\frac{2019}{2017}}}$$

$\cancel{\text{Д}}$ Правую часть

Заметим, что $\frac{2019}{2017}>1$, при этом $\sqrt[2020]{1}=1$ и $\sqrt[2020]{1+x}>1$, где $x>0$

т.е. $\sqrt[2020]{\frac{2019}{2017}}>1$, тоже самое верно для квадратного корня, если

~~$y>1$~~ ~~$\sqrt{y}$~~ $y>1\Rightarrow\sqrt{y}>1\Rightarrow\frac{\sqrt[2020]{\frac{2019}{2020}}+\sqrt[2020]{\frac{2020}{2017}}}{2}\geqslant\sqrt[2]{\sqrt[2020]{\frac{2019}{2017}}}>1\Rightarrow$

$\Rightarrow\frac{\sqrt[2020]{\frac{2019}{2020}}+\sqrt[2020]{\frac{2020}{2017}}}{2}>1\Rightarrow\sqrt[2020]{\frac{2019}{2020}}+\sqrt[2020]{\frac{2020}{2017}}>2$, что и требовалось доказать

Место для скобы

Шифр

№1 $\exists$ это возможно

$\triangleleft$ $\sqrt{x^2+2020}-x=n$, $n\in\mathbb{Z}$

$2x-\sqrt{x^2+2020}=m$, $m\in\mathbb{Z}$

верно, что если $n\in\mathbb{Z}$, то $-1n\in\mathbb{Z}$, тогда

$x-\sqrt{x^2+2020}=-1n\in\mathbb{Z}$

$-1n+x=m\in\mathbb{Z}$ целое число, при сложении будет оставаться целым, только если к нему прибавляют другое целое число $\Rightarrow$

$\Rightarrow x\in\mathbb{Z}$ ~~$\Rightarrow$ мы хотим получить~~ $\Rightarrow$

Если $\sqrt{x^2+2020}-x\in\mathbb{Z}$ и $x\in\mathbb{Z}\Rightarrow\sqrt{x^2+2020}\in\mathbb{Z}$ и по аналогии $\sqrt{x^2+2}\in\mathbb{Z}$

$\triangleleft$ что именно значит: $\sqrt{x^2+2020}\in\mathbb{Z}$, это значит, что

$\exists\, a\in\mathbb{Z}: x^2+2020=a^2\Rightarrow 2020=a^2-x^2=(a-x)(a+x)$

Аналогично:

$\exists\, b\in\mathbb{Z}: x^2+2=b^2\Rightarrow 2=b^2-x^2=(b-x)(b+x)$

$\triangleleft$ способы получения $2=1\cdot 2$

$b-x\in\mathbb{Z}$
$b+x\in\mathbb{Z}$
$\left[\begin{array}{l}-1\cdot -2=2\\ 1\cdot 2=2\end{array}\right.\Rightarrow b\ne x$

$\triangleleft$ первый вариант

$\begin{cases}b-x=-2\\ b+x=-1\end{cases}\Rightarrow b=x-2$

$x-2+x=2x-2=-1\Rightarrow 2x=1\Rightarrow x\ne\frac{1}{2}$ т.к. $x\in\mathbb{Z}$ $x\ne\frac{1}{2}$

$\triangleleft$ второй вариант

$\begin{cases}b-x=1\\ b+x=2\end{cases}\Rightarrow \begin{array}{l}b=1+x\\ 2x+1=2\end{array}\Rightarrow 2x=1\Rightarrow x=\frac{1}{2}$ т.к. $x\in\mathbb{Z}$ $x\ne\frac{1}{2}$

т.е.

Место для скобы

Шифр

Т.е. нет, таких b и $x \in \mathbb{Z}$, что

$b^2 - x^2 = 2 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ Противоречие

Т.е. такого числа x, чтобы $\sqrt{x^2+2020}-x$, $\sqrt{x^2+2}-\sqrt{x^2+2020}$ и $2x-\sqrt{x^2+2020} \in \mathbb{Z}$

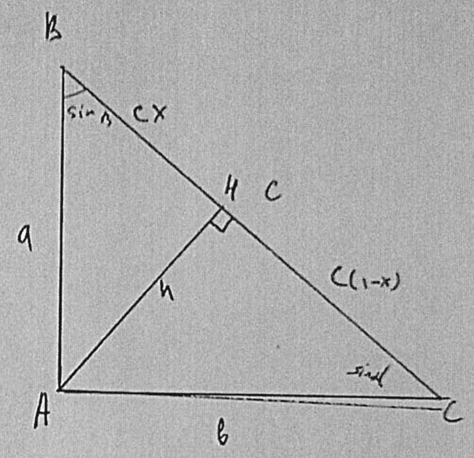
не существует.

ЧТД

Место для скобы

№5

Шифр



$b < h + c(1-x)$ по н-ву Δ

$a < cx + h$

$a + b > c$

4

$a^2 + b^2 = c^2$ по теореме пифагора

$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{a}{h/b} = c \Rightarrow ab = ch$

$a > cx, h$

$b > h, c(1-x)$ т.к. против большего угла лежит большая сторона

т.е.

$2a > h + cx$

$2b > h + c(1-x)$

$2(a+b) > 2h + c(\cancel{x} - \cancel{x} + 1) = 2h + c$

$2(a+b) > 2h + c$

$a + b > h + \frac{c}{2}$

$a^2 = c^2x^2 + h^2$

$b^2 = c^2(1-x)^2 + h^2 = c^2(1 - 2x + x^2) + h^2 \Rightarrow a^2 + b^2 = c^2(2x^2 - 2x + 1) + 2h^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow 0 = c^2(2x^2 - 2x) + 2h^2$

$c^2(x^2 - 2x) + h^2 = 0$

т.е. $x^2 - 2x < 0$

$x^2 - 2x < 0$

~~прен~~ при $x = 0$ и $x = 2 \Rightarrow x \in (0; 2)$