Место для скобы

003999

Шифр

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА ВУЗОВ ТОМСКОЙ ОБЛАСТИ «ОРМО»

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

1.	Предмет	Математика
2.	Вариант	2
3.	Класс	11
4.	Фамилия	ЧУПИН
	Имя	ЕГОР
	Отчество	ВЛАДИМИРОВИЧ
5.	Дата рождения	04 (Число) 11 (Месяц) 2003 (Год)
6.	Страна	Россия
7.	Регион *(пр: Томская обл., Алтайский край)*	Томская обл.
8.	Вид муниципального образования *(пр: село, город, пгт, деревня)*	город
9.	Населенный пункт *(пр: Томск, Кемерово, Псков)*	Томск
10.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь	МБОУ РКГ N 2

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e-mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись Чуп

Место для скобы

Шифр 003999

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
19б	5.04.21	Гендрина И. Ю.	[signature]

Задание 2) Рассмотрим $f(t) = t + t^3 + t^5 \cdot 2021$. Исследуем ее: $f'(t) = 1 + 3t^2 + 10105 \cdot t^4$. Т.к. t^2 и t^4 постоянно неотрицательны, то $f'(t) \geq 1$, а значит функция постоянно возрастает. Для постоянно возр. ф-ий:

$f(g) = f(h)$

$\Updownarrow$

$g = h$.

$\sin x + \sin^3 x + 2021 \sin^5 x = f(\sin x)$

$\cos 2x + \cos^3(2x) + 2021 \cos^5(2x) = f(\cos 2x)$.

$f(\sin x) = f(\cos 2x)$

$\Updownarrow$

$\sin x = \cos 2x$.

$1 - 2\sin^2 x = \sin x$.

$2\sin^2 x + \sin x - 1 = 0$

$\sin x = z$

$2z^2 + z - 1 = 0$

$z_1 + z_2 = \frac{-1}{2}$ $\quad z_1 = -1$

$z_2 \cdot z_1 = \frac{-1}{2}$ $\quad z_2 = \frac{1}{2}$

$\sin x = -1$ или $\sin x = \frac{+1}{2}$

$= x = \frac{3\pi}{2} + 2\pi n, n \in z$; $x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in z$

$= \frac{5\pi}{6} + 2\pi m, m \in z$.

Ответ: $\frac{3\pi}{2} + 2\pi n, n \in z$; $\frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in z$; $\frac{5\pi}{6} + 2\pi m, m \in z$

1	2	3	4	5
7	7	2	1	2

Место для скобы

Шифр 003999

Задание 1) Рассмотрим число $x - \frac{1}{x} = \frac{x^2-1}{x} = \frac{(x+1)(x-1)}{x}$.
Есть только 2 варианта, когда оно может оказаться целым — либо когда числ. $=0$, а знам. $\neq 0$, либо когда $(x+1)(x-1) \vdots x$. Понятно, что второе невозможно, ведь если x делится на какое-то число, то $x+1$ и $x-1$ не делятся на это число (имеют разные остатки с x).
Тогда, остается лишь первый вариант: $x=\pm 1$.
Тогда $x-\frac{1}{x}=0$.
Теперь заметим, что $\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2+2020} = -1\left(\frac{1}{x^2+2020}-\frac{1}{x}\right) \Rightarrow$ если целое одно, то целое и другое. Подставим ± 1 (в первое).

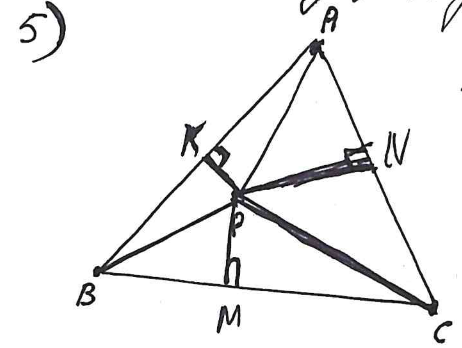
$\frac{1}{1}-\frac{1}{2021}=\frac{2020}{2021}$ — не целое.

1 б

$\frac{1}{-1}-\frac{1}{2021} = -1-\frac{1}{2021} = \frac{-2022}{2021}$ — не целое.

Значит, нет таких x, когда все 3 числа целые.
Ответ: не существует.

5)



$\frac{BC}{PM}+\frac{AC}{PN}+\frac{AB}{PK}$ — min

BC, AC, AB не зависят от положения точки P в треугольнике

2 б

проведем AP, BP, CP — эти отрезки разделят треугольник ABC на 3 треугольника, причем AC, BC и AB — их основания, а PM, PN и PK — высоты, опущенные на них. Тогда чем меньше $\frac{BC}{PM}$, тем больше S_{BPC}, и также для двух других треугольников.
~~$S_{APC}=S_{APB}$~~

Нет ответа на вопрос

Место для скобы

Шифр 003999

Задание 3)

Рассмотрим при $n=2$

t^2+5t+3

Разложим на множители:

$t^2+5t+3=0$

$D=25-4\cdot 3=13$

$t_{1,2}=\frac{5\pm\sqrt{13}}{2}$.

$t^2+5t+3=\left(t-\frac{5+\sqrt{13}}{2}\right)\left(t-\frac{5-\sqrt{13}}{2}\right)$ – коэффициенты иррациональные.

$n>2$?

2б

4) $\frac{x^3}{k+\sqrt[3]{2021^4}\cdot x}+\frac{\sqrt[3]{2021^4}x}{k+x^3}\le\frac{3}{2}-\frac{k}{x(x^2+\sqrt[3]{2021^4})}$

$a=x^3$

$b=\sqrt[3]{2021^4}\cdot x$

1 б

Нер-во принимает вид:

$\frac{a}{k+b}+\frac{b}{k+a}+\frac{k}{a+b}\le\frac{3}{2}$