ТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА «ОРМО»

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ

заключительного этапа

07506

Шифр

мет	математика			
ант	1			
:	9„А"			
лия	ЧЕМЕРЗОВА			
	МАРИЯ			
ство	СЕРГЕЕВНА			
рождения	25		05	2007
	Число		Месяц	Год
а	Россия			
н *(пр: Томская обл., инградская область)*	Томская область			
ниципального образования *(п, деревня, село, город)*	село			
енный пункт *(пр: Томск, рово, Псков)*	Бакчар			
е наименование овательного учреждения, ором Вы обучаетесь в е время	МБОУ Бакчарская СОШ			

асие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e–mail зультатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись ____________

Шифр 07506

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
21	26.03	Кережкова Е.Ч.	[illegible]

задание 1

$2x^2 - xy - x^2 + 2y + 7x - 84 = 0$

теперь разложим уравнение на множители

$2x^2 + (-x+2)y - x^2 + 7x - 84 = 0$

перенесем слагаение в праву часть

$(-x+2)y = -2x^2 + x^2 - 7x + 84$

замена: пусть $-x+2 \neq 0$

разделим обе части уравнения на $-x+2$:

$y = \frac{-2x^2 + x^2 - 7x + 84}{-x+2}$ ОДЗ: $-x+2 \neq 0$, $x \neq 2$

упростим:

$y = \frac{-2x^2 + x^2 - 7 + 84}{-x+2}$ $x \neq 2$

1	2	3	4	5	Σ
0	4	7	5	5	21 (21)

приведем подобные:

$y = \frac{-x^2 - 7x + 84}{-x+2}$ $x \neq 2$

Ответ: $y = \frac{-x^2 - 7x + 84}{-x+2}$ при $x \neq 2$

$\mp$

задание 2

дана последовательность $x_n = 1 + 2^n + 3^n + 4^n + 5^n$

разложим число 2025 на простые множители:

$2025 = 3^4 \cdot 5^2$

можно заметить, что каждый член последовательности x содержит множитель 5^n, поэтому для того, чтобы члены последовательности делились на 2025, необходимо и достаточно место для скобы

Шифр 07506

чтобы каждый член был кратен 3^4

попробуем выписать несколько первых членов последовательности

$X_1 = 1+2+3+4+5=15$

$X_2 = 1+2^2+3^2+4^2+5^2 = 1+4+9+16+25 = 55$

$X_3 = 1+2^3+3^3+4^3+5^3 = 1+8+27+64+125 = 225$

$X_4 = 1+2^4+3^4+4^4+5^4 = 1+16+81+256+625 = 979$

$X_5 = 1+2^5+3^5+4^5+5^5 = 1+32+243+1024+3125 = 4425$

$X_6 = 1+2^6+3^6+4^6+5^6 = 1+64+729+4096+30625 = 35515$

члены последовательности ок-ся на 5 и 9

$X_7 = 1+2^7+3^7+4^7+5^7 = 1+128+2187+16384+153125 = 171825$

$X_8 = 1+2^8+3^8+4^8+5^8 = 1+256+6561+65536+765625 = 837979$

Значит 5 идущих подряд членов последовательности X каждый из которых будет делиться на 2025 найти НЕВОЗМОЖНО

НЕВОЗМОЖНОСТЬ так же доказывает, что среди 5 подряд идущих членов найдется хотябы 1, который не кратен 3^4 => не будет делится на 2025

Ответ: невозможно.

задание 3

д-ть $(\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c})^2 \le 3(a+b+c)$

$(\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c})^2 = a+2\sqrt{ab}+2\sqrt{ac}+b+2\sqrt{bc}+c$

$\sqrt{ab} \le a+b/2$

$\sqrt{ac} \le a+c/2$

$\sqrt{bc} \le b+c/2$

$a+2\sqrt{ab}+2\sqrt{ac}+b+2\sqrt{bc}+c \le a+(a+b)+(a+c)+b+(b+c)+c = 3(a+b+c)$

следовательно неравенство

$(\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c})^2 \le 3(a+b+c)$

левая и правая части нерав. полож. => $(\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c})^2 = 3(a+b+c)$

Ответ: чтд

Шифр 07506

задание 4

x^2+p_1x+1 его корни x_1 и x_2

x^2+p_2x+1 его корни x_3 и x_4

$(x_1-x_3)(x_2-x_3)(x_1+x_4)(x_2+x_4)=p_1$?

по теореме Виета

$x_1\cdot x_2=1$ $\quad$ $x_3\cdot x_4=1$

$x_1+x_2=-p_1$ $\quad$ $x_3+x_4=-p_2$

$(x_1\cdot x_2-x_1\cdot x_3-x_2\cdot x_3+x_3^2)\cdot(x_1\cdot x_2+x_1\cdot x_4+x_4\cdot x_2+x_4^2)=$
$(1-x_3(x_1+x_2)+x_3^2)(1+x_4(x_1+x_2)+x_4^2)=(1+x_3\cdot p_1+x_3^2)(1+x_4\cdot(-p_1)+x_4^2)=$
$(1+x_3\cdot p_1+x_3^2)(1+x_4\cdot(-p_1)+x_4^2)=(1+x_3\cdot p_1+x_3^2)(1-p_1\cdot x_4+x_4^2)=1-p_1\cdot x_4+x_4^2$
$+x_3\cdot p_1-x_3\cdot p_1^2x_4+x_4^2\cdot x_3p_1+x_3^2-p_1\cdot x_3^2\cdot x_4+x_3^2\cdot x_4^2=1-\cancel{p_1\cdot x_4}+x_4^2+x_3\cdot p_1$
$-p_1^2+\cancel{p_1\cdot x_4}\cdot 1+x_3^2-p_1\cdot x_3+1=2+(x_4^2+x_3^2-2x_4\cdot x_3+2x_4\cdot x_3)=$
$2+(x_4^2+x_3^2-2x_4\cdot x_3+2x_4\cdot x_3)=2+(x_4+x_3)^2-2\cdot x_4\cdot x_3-p_1^2=2+(-p_2)^2-2-$
$p_1^2=\underline{p_2^2-p_1^2}$

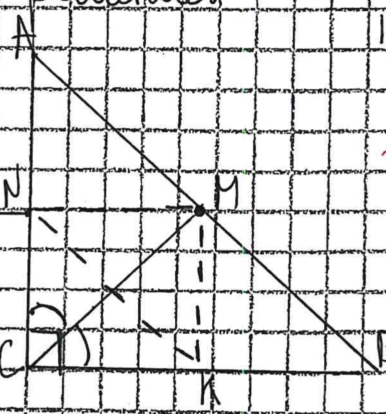
Ответ: 4ma

задание 5

дано:
$\angle C=90^\circ$
AB-гипотенуза
NM=MK-биссектр.
$\angle BMC$ и $\angle AMC$

д-ть
M-середина AB

решение:



сделаем построение.

1) т.к MC и NK-диагонали четырех угольника и они равны, то CNMK-прямоугольник ?

2) т.к CM-диагональ, то делит $\angle$ C-пополам и явл биссектрисой, тогда $\angle MCB=\angle MCA=45^\circ$

3) рассмотрим $\triangle ACB$ и $\triangle BCM$
CM-общая сторона
$\angle NMC=\angle CMK=45^\circ$, тогда $\angle KMC=\angle KMB$ (т.к MK-биссектриса) $=45^\circ$, тогда $\angle ABC=90^\circ=\angle CMM$ и $\triangle$ являются прямоуг. по признаку равенства прямоуг. $\triangle$, если катет и острый угл одного треугольника равны катету и острому углу другого $\triangle$, то эти $\triangle$ равны $\Rightarrow \triangle ABM=\triangle MCB$
по теореме: в равных прямоуг. треугольниках против равных углов лежат равные стороны
т.к $\angle ACM=\angle MCB$, то $AM=MB$

Ответ: доказано, что точка M-середина гипотенузы AB в прямоуг. $\triangle$ ABC, если из точки M проведены биссектрисы углов