Место для скобы

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА ВУЗОВ ТОМСКОЙ ОБЛАСТИ «ОРМО»

003994

Шифр

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

1.	Предмет		Математика.
2.	Вариант		2
3.	Класс		11
4.	Фамилия		БУРЛАКОВ
	Имя		МАТВЕЙ
	Отчество		ДАНИИЛОВИЧ
5.	Дата рождения		Число: 03; Месяц: 12; Год: 2002
6.	Страна		Россия
7.	Регион *(пр: Томская обл., Алтайский край)*		Томская об.
8.	Вид муниципального образования *(пр: село, город, пгт, деревня)*		Город.
9.	Населенный пункт *(пр: Томск, Кемерово, Псков)*		Томск
10.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь		Академический лицей им. Псахье

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e–mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись Бурлаков

Место для скобы

Шифр 003994

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
20 б	5.04.21	Гендрико И.Ю.	

1.

$$\frac{x^2+2020-x}{x^3+2020x};\quad \frac{x^2-1}{x};\quad \frac{x-x^2+2020}{x^3+2020}$$

a b c

$$\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2+2020};\quad x-\frac{1}{x};\quad \frac{1}{x^2+2020}-\frac{1}{x}$$

a и b и c – целое?

- Обратимся к выражению $x-\frac{1}{x}$ и преобразуем его:

$x-\frac{1}{x}=\frac{x^2-1}{x}$

- $\frac{x^2-1}{x}$ – целое, если $x^2-1=x\cdot K$ K – целое

1	2	3	4	5
7	5	5	1	2

- Рассмотрим два случая: x – четное (I)

x – нечетное (II)

I (четное)^2 = четное

четное – 1 = нечетное

$\frac{\text{нечетное}}{\text{четное}}\neq$ целое, что не удовлетворяет $\frac{x^2-1}{x}=K$ – целое.

7 б

II (нечетное)^2 = нечетное

нечетное – 1 = четное

$\frac{\text{четное}}{\text{нечетное}}$ = целое при $x^2-1=x\cdot K$ – ~~четное~~ целое, однако $x^2-1\neq x\cdot K$ – целое,

т.к x^2-1 не имеет общих целых делителей $|x|$ с x

~~пример: при $K=1$ $x^2-1=x$~~

→ Если $\frac{x^2-1}{x}\neq$ целое, то a и b и c = целое – неверно, следовательно таких чисел x, что a и b и c = целое = нет.

Ответ: нет.

Место для скобы

Шифр 003994

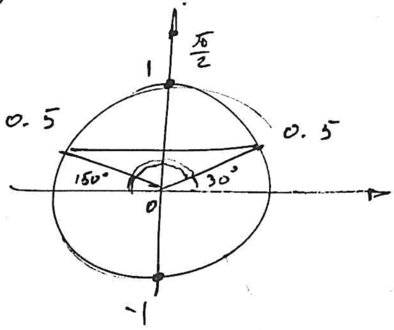
(2)

$\sin x + \sin^3 x + 2021 \sin^5 x = \cos 2x + \cos^3 2x + 2021 \cos^5 2x$

$\sin x + \sin^3 x + 2021 \sin^5 x = (1 - 2\sin^2 x) + (1 - 2\sin^2 x)^3 + 2021 (1 - 2\sin^2 x)^5$

• Сопоставим по степеням и коэффицентам.

$\sin x = (1 - 2\sin^2 x)$ Замена: $\sin x = t$



$t = 1 - 2t^2$

$0 = -2t^2 - t + 1$

$2t^2 + t - 1 = 0$

$1 + 8 = 9$

$\frac{-1 \pm 3}{4} \left\langle \begin{matrix} -1 \\ 0.5 \end{matrix} \right.$

$\sin x = -1$ $\quad x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k$

$\sin x = 0.5$ $\quad x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k$

$x = \frac{5}{6}\pi + 2\pi k$

$\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{3} = \frac{3\pi + 2\pi}{6} = \frac{5}{6}\pi$

Недост. обосн.

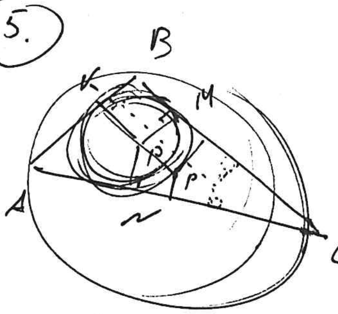
5б

Ответ: $x = \frac{-\pi}{2} + 2\pi k \quad k \in N;$

$x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k \quad k \in N;$

$x = \frac{5}{6}\pi + 2\pi k \quad k \in N.$

(5.)



Дано: $\triangle ABC$; P - точка; PM, PN, PK - проекции P.

Найти: все P при которых $\frac{BC}{PM} + \frac{AC}{PN} + \frac{AB}{PK} = \min$

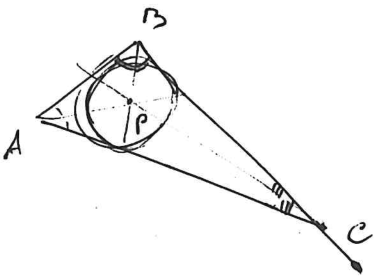
Решение:

• $\frac{BC}{PM} + \frac{AC}{PN} + \frac{AB}{PK}$ - минимальна при $PM + PN + PK$ - наибольш.

2б

↳ $PM + PN + PK$ - наибольш. при P - центр вписаноб в $\triangle ABC$ окр.

не обосновано



Ответ: P - центр вписаной окружности.

Место для скобы

Шифр 003994

4.

$$\frac{x^3}{k+\sqrt[3]{2021^4}\cdot x}+\frac{\sqrt[3]{2021^4}\cdot x}{k+x^3}\le\frac{3}{2}-\frac{k}{x(x^2+\sqrt[3]{2021^4})}$$

$$\frac{x^3}{k+\sqrt[3]{2021^4}\cdot x}+\frac{\sqrt[3]{2021^4}\cdot x}{k+x^3}\le\frac{3}{2}-\frac{k}{x^3+\sqrt[3]{2021^4}\cdot x}$$

$$\frac{x^3}{k+\sqrt[3]{2021^4}\cdot x}+\frac{\sqrt[3]{2021^4}\cdot x}{k+x^3}\le\frac{3x^3+3\sqrt[3]{2021^4}\cdot x-2k}{2(x^3+\sqrt[3]{2021^4}\cdot x)}$$

$$\frac{x^3(k+x^3)+(k+\sqrt[3]{2021^4}\cdot x)(\sqrt[3]{2021^4}\cdot x)}{(k+\sqrt[3]{2021^4}\cdot x)(k+x^3)}\le\frac{3x^3+3\sqrt[3]{2021^4}\cdot x-2k}{2(x^3+\sqrt[3]{2021^4}\cdot x)}$$

$$\frac{kx^3+x^6+k\sqrt[3]{2021^4}\cdot x+(\sqrt[3]{2021^4}\cdot x)^2}{k^2+kx^3+k\sqrt[3]{2021^4}\cdot x+x^3\cdot\sqrt[3]{2021^4}\,x^3}\le\frac{3x^3+3\sqrt[3]{2021^4}\cdot x-2k}{2x^3+2\sqrt[3]{2021}\cdot x}$$

$\cancel{k(x^3+\sqrt[3]{2021^4}\cdot x)+(\sqrt[3]{2021^4}\cdot x)^2}$ Замена: $\sqrt[3]{2021^4}\cdot x=t$

$$\frac{kx^3+x^6+kt+t^2}{k^2+kx^3+kt+x^3t}\le\frac{3x^3+3t-2k}{2x^3+2t}=\frac{3(x^3+t)-2k}{2(x^3+t)}$$

$$k(k+x^3+t)+x^3t$$

$$\frac{k(x^3+t)+x^6+t^2}{k^2+k(x^3+t)+x^3t}\le\frac{3(x^3+t)-2k}{2(x^3+t)}$$

Не найдены значения параметра

$$\frac{(k(x^3+t)+x^6+t^2)\cancel{(3(x^3+t)-2k)}(2x^3+t)}{(k^2+k(x^3+t)+x^3t)(3(x^3+t)-2k))}=$$

1 б

$$=\frac{2kx^3(x^3+t)+kt(x^3+t)+2x^9+tx^6+2x^3t^2+t^3}{3k^2(x^3+t)-2k^3+3k(x^3+t)^2-2k^2(x^3+t)+3x^3t(x^3+t)-2x^3tk}$$

3.

$p(t)=\overset{a}{t^n}+\overset{b}{5}t^{n-1}\overset{c}{+3}$; $n>0$; n – целое

Недост. обоснов.

5 б

$a=1$
$b=5$
$c=3$

$\begin{cases}a\cdot(n-1)\cdot b=5\\ c^2=3\end{cases}$ $\quad 1\cdot(n-1)\cdot\sqrt3=5$

$n-1=\frac{5}{\sqrt3}$ – не целое

Ответ: нет