Место для скобы

ОРМО II-23
М-7

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА «ОРМО»
ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

Шифр

1.	Предмет	МАТЕМАТИКА
2.	Вариант	1
3.	Класс	11
4.	Фамилия	БУНЩЕВ
	Имя	АРТЕМ
	Отчество	АЛЕКСАНДРОВИЧ
5.	Дата рождения	Число: 21; Месяц: 11; Год: 2005
6.	Страна	Россия
7.	Регион *(пр: Томская обл., Калининградская область)*	Омская область
8.	Вид муниципального образования *(пр: пгт, деревня, село, город)*	город
9.	Населенный пункт *(пр: Томск, Кемерово, Псков)*	Омск
10.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь в данное время	БОУ города Омска „Лицей № 64"

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e-mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись ________

Место для скобы

Шифр ОРМО II-23-М-7

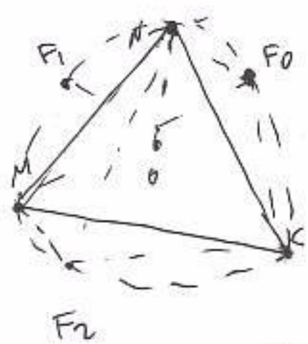
Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
12	31.03	Корякина Е.Е.	

1	2	3	4	5	Σ
5	0	0	7	0	12

№5.

ΔMNK - равносторонний, тогда пусть $MN = NK = MK = a$.



γ отрезки F_0M, F_0N, F_0K, равные r_1, r_2, r_3 соответств.:

$F_0M^2 = r_1^2 = 2R^2(1-\cos\varphi_1)$, где $\cos\varphi_1 = \cos\widehat{MOF_0}$; (.)О - центр. данной окр.

из $\Delta\, OF_0M$ по т. косинусов.

аналогично для $F_0N^2 = r_2^2$ и $F_0K^2 = r_3^2$, тогда:

$r_1^4 = 4R^4(1-\cos\varphi_1)^2$; $r_2^4 = 4R^4(1-\cos\varphi_2)^2$; $r_3^4 = 4R^4(1-\cos\varphi_3)^2$;

тогда искомая величина $r_1^4 + r_2^4 + r_3^4 = 4R^4((1-\cos\varphi_1)^2 + (1-\cos\varphi_2)^2 + (1-\cos\varphi_3)^2)$.

пусть $L = r_1^4 + r_2^4 + r_3^4$; $L \sim R^4$;

причём выбор (.)F влияет только на зн. углов $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$,

а значение $((1-\cos\varphi_1)^2 + (1-\cos\varphi_2)^2 + (1-\cos\varphi_3)^2)$ остаётся неизменным т.к. ΔMNK - р/с $\Rightarrow$ хорды в виде равных друг другу сторон треугольника стягивают равные дуги. #

T, F, E!

№2 $2^{\lg(x^2-2023)} - \lg\left(2^{x^2-2022}\right) = 0$. ОДЗ: $x^2 - 2023 > 0$

$-\sqrt{2023}$ $\sqrt{2023}$ x

пусть $P(x) = 2^{\lg(x^2-2023)} - \lg\left(2^{x^2-2022}\right) = 0 \Rightarrow \deg(P(x))$ - искомое значение

$\lg\left(2^{x^2-2022}\right) = (x^2-2022)\cdot\lg 2$; пусть $\lg 2 = a$; $a > 0$.

$\Rightarrow \lg\left(2^{x^2-2022}\right) = a(x^2-2022)$; $2^{\lg(x^2-2023)} = 2^{\frac{\log_2(x^2-2023)}{\log_2 10}} =$

$= 2^{\log_2(x^2-2023)\cdot a}$) $\Rightarrow$ коэфф. перед x^2 у данного члена не равен a (коэфф. у второго

Место для скобы

Шифр ОРМО II-23 М-7

№4 ax^3-ax^2+bx+b; $a\neq0, b\neq0$.

по т. Виета:

$$\begin{cases} x_1+x_2+x_3=\frac{a}{a}=1. \\ x_1\cdot x_2+x_1\cdot x_3+x_2\cdot x_3=\frac{b}{a}; \\ x_1\cdot x_2\cdot x_3=\frac{-b}{a}. \end{cases}$$

тогда

$$(x_1+x_2+x_3)\left(\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}\right)=$$

$$=1\cdot\left(\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}\right)=\frac{x_2\cdot x_3+x_1\cdot x_3+x_1\cdot x_2}{x_1\cdot x_2\cdot x_3}=\frac{b\cdot a}{-b\cdot a}=-1. \ \#.$$

№1

$$2x^2+2x^2\cdot z^2+z^2+7y^2-42y+33=0 \qquad x,y,z\in \mathbb{Z}$$

$$(2x^2+2x^2\cdot z^2+z^2+7y^2)=42y-33$$

$\geq 0 \quad \Rightarrow \geq 0.$

$42y\geq33$; $y\geq\frac{33}{42}$; т.к $y\in\mathbb{Z}$, то $y\neq\frac{33}{42}$; $y>0$

$\Rightarrow(2x^2+2x^2\cdot z^2+z^2+7y^2)\neq0$; причём $(42y-33)$ - нечёт,

$\Rightarrow 2x^2(1+z^2)+z^2+7y^2$ - нечёт

$\Rightarrow x^2(1+z^2)+\frac{z^2}{2}+\frac{7y^2}{2}$ - нецелое, тогда z и y разной чётности.

$$(2x^2+2x^2\cdot z^2+z^2)=-7y^2+42y-33$$

$\geq0. \quad \Rightarrow \geq 0.$

тогда $-7y^2+42y-33\geq0.$

$7y^2-42y+33\leq0.$

$D=42^2-4\cdot7\cdot3\cdot11=4\cdot3^2\cdot7^2-4\cdot3\cdot7\cdot11=4\cdot3\cdot7\cdot(21-11)=4\cdot3\cdot7\cdot10=$

$=(2\sqrt{210})^2.$

$\sqrt{196}<\sqrt{210}<\sqrt{225}$

$\Rightarrow 28<2\sqrt{210}<30. \Leftarrow (1).$ $\sqrt{D}$.

$y_1=\frac{42+\sqrt{D}}{14}$; (2)

$y_2=\frac{42-\sqrt{D}}{}$ (3)

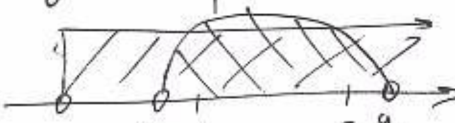
Место для скобы

Шифр ОРМО II-23-М-7

совмещая 1 и 2: $y_1 > 5$

совмещая 1 и 3: $y_2 < 1$

получим ограничения на y, учитывая $y \in \mathbb{Z}$.



=> учитывая принадлеж. $\mathbb{Z}$. значения: 1, 2, 3, 4, 5.

$$2x^2(1+z^2)+z^2 = -7y^2+42y-33.$$

$$2x^2(1+z^2)+z^2 = 7y(6-y)-33.$$

∀ 1 случай: $y=1$; $7y(6-y)-33=2$

при $y=5$ $7y(6-y)-33=2$.

=> $2x^2(1+z^2)+z^2=2$.; причём z и y разн. чётности,

тогда z - чётн.

при $z \geq 2$ левая часть >2 и возр.

тогда при $y=1$, $y=5$: $z=0$.

$2x^2=2$

$x^2=1$. $x=\pm 1$. получим тройки:

x	y	z
1	1	0
-1	1	0
1	5	0
-1	5	0

∀ 2 случай: $y=2$: $7y(6-y)-33=23$

$y=4$: $7y(6-y)-33=23$

и z - нечет

при $z \geq 5$ $2x^2(1+z^2)+z^2>23$.

{при $z=3$. при $x \geq 1$: $2x^2(1+z^2)+z^2>23$

при $z=1$ $4x^2=22$ - нет реш. => $y=2$, $y=4$ - нет реш.

∀ 3 случай: $y=3$: $7y(6-y)-33=30$

$2x^2(1+z^2)+z^2=30$, z - чёт.

при $z=0$ $2x^2=30$. $x^2=15$ - $\varnothing$. при $z=2$. $10x^2=26$. - $\varnothing$.

при $z=4$ $2x^2 \cdot 17=14$. - $\varnothing$.

при $z \geq 6$: $2x^2(1+z^2)+z^2>30$ => Ответ: $\begin{cases} x_1=1 \\ y_1=1 \\ z_1=0 \end{cases}$; $\begin{cases} x_2=-1 \\ y_2=1 \\ z_2=0 \end{cases}$; $\begin{cases} x_3=1 \\ y_3=5 \\ z_3=0 \end{cases}$; $\begin{cases} x_4=-1 \\ y_4=5 \\ z_4=0 \end{cases}$

Место для скобы

Шифр ОРМО II-23 М-4

№3 $a, b, c > 0$

$$\frac{2a}{3(b+c)}+\frac{2b}{3(a+c)}+\frac{2c}{3(a+b)}\geq 1$$

$$\frac{2a(a+c)(a+b)+2b(a+b)(b+c)+2c(a+c)(b+c)}{3(a+b)(a+c)(b+c)}\geq 1$$

$$\frac{2\left(a^3+b^3+c^3+(a+b+c)(ab+ac+bc)\right)}{3(a+b)(a+c)(b+c)}\geq 1$$

$$3(a+b)(a+c)(b+c)=3\left(2abc+ab(a+b)+ac(a+c)+bc(b+c)\right).$$

$$2\left(a^3+b^3+c^3+ab(a+b+c)+ac(a+b+c)+bc(a+b+c)\right)-3\left(2abc+ab(a+b)+ac(a+c)+bc(b+c)\right)\geq 0.$$

$$-ac(2b-a-c)-bc(2a-b-c)-6abc\geq 0.$$

$$2(a^3+b^3+c^3)+ab(2c-a-b)$$

$\#$.