Место для скобы

ОРМО II-23
М-8

Шифр

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА «ОРМО»
ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

1.	Предмет	МАТЕМАТИКА
2.	Вариант	1
3.	Класс	11
4.	Фамилия	БУЛАТОВ
	Имя	АРТЁМ
	Отчество	МАРАТОВИЧ
5.	Дата рождения	Число: 23; Месяц: 02; Год: 2005
6.	Страна	РФ
7.	Регион *(пр: Томская обл., Калининградская область)*	Омская обл.
8.	Вид муниципального образования *(пр: пгт, деревня, село, город)*	город
9.	Населенный пункт *(пр: Томск, Кемерово, Псков)*	Омск
10.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь в данное время	БОУ г. Омска „Лицей №64"

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e-mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись ____________

Место для скобы

Шифр ОРМО II-23 М-8

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
12	31.03	Корякина Е.Е.	[illegible]

Задание 4:

$$(x_1 + x_2 + x_3)\left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3}\right) = -1;$$

$$\frac{(x_1+x_2+x_3)(x_2x_3 + x_1x_3 + x_1x_2)}{x_1x_2x_3} = -1; \quad (1)$$

1	2	3	4	5	Σ
7	1	0	4	0	12

По теор. Виета для прив. урав 3 ст:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = -1 \\ x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3 = \frac{b}{a} \\ x_1x_2x_3 = \frac{b}{a} \end{cases} \Rightarrow (1) \Rightarrow \frac{-1 \cdot \frac{b}{a}}{\frac{b}{a}} = -1;$$

$$-1 = -1;$$

??

??

±

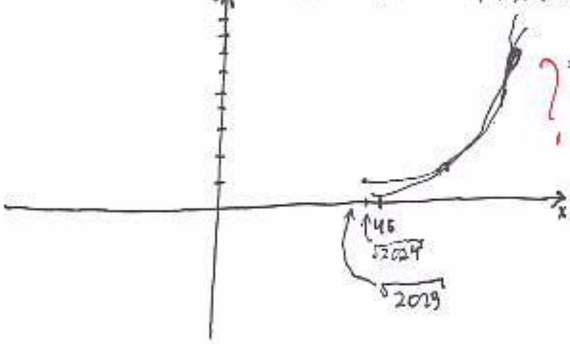
Задание №2:

$$2^{\lg(x^2-2023)} - \lg 2^{x^2-2022} = f(x);$$

$$f'(x) = ((2)^{\lg(x^2-2023)})' \cdot (\ln 2^{2x}$$

Если $2^{\log_{10}(x^2-2023)} = \log_{10} 2^{x^2-2022}$;

Схематично изобразил графики $y = 2^{\log_{10}(x^2-2023)}$ и $y = \log_{10} 2^{x^2-2022}$.



→ уравнение имеет два корня.

?

∓

Место для скобы

Шифр ОРМО II-23-М-8

Задание №1:

$2x^2+2x^2z^2+z^2+7y^2-42y+33=0;$

$2x^2(1+z^2)+z^2+1+7(y^2-6y+9)-31=0;$

$(z^2+1)(2x^2+1)+7(y^2-6y+9)=31;$

$(z^2+1)(2x^2+1)+7(y-3)^2=31$

т.к. z^2+1, $2x^2+1$, $(y-3)^2$, (при любых x, y, z) ≥ 0,
множитель $7(y-3)^2$ может быть равен: 0, 7, 28. (при $y>5$ левая часть будет больше чем 31)

① $7(y-3)^2=0;$

$$\Rightarrow \begin{cases} y=3 \\ (z^2+1)(2x^2+1)=31 \end{cases}; \Leftrightarrow \left[\begin{aligned} &\begin{cases} y=3 \\ \left[\begin{aligned} &z^2+1=31 \\ &2x^2+1=1 \end{aligned}\right. \end{cases}; \quad z^2=30 \Rightarrow \text{решение нет.} \\ &\begin{cases} \left[\begin{aligned} &z^2+1=1 \\ &2x^2+1=31 \end{aligned}\right. \\ y=3 \end{cases} \quad \nearrow x^2=30 \end{aligned}\right.$$

② $7(y-3)^2=7;$

$$\Rightarrow \begin{cases} y=4, \text{ или } y=2 \\ (z^2+1)(2x^2+1)=24 \end{cases}; \left[\begin{aligned} &\begin{cases} y=4, \text{ или } y=2 \\ \left[\begin{aligned} &z^2+1=12 \\ &2x^2+1=2, \end{aligned}\right. \end{cases} \quad \begin{cases} y=4 \text{ или } y=2 \\ \left[\begin{aligned} &z^2+1=8 \\ &2x^2+1=3, \end{aligned}\right. \end{cases} \\ &\begin{cases} y=4 \text{ или } y=2 \\ \left[\begin{aligned} &z^2+1=2 \\ &2x^2+1=12, \end{aligned}\right. \end{cases} \quad \begin{cases} y=4 \text{ или } y=2 \\ \left[\begin{aligned} &z^2+1=3 \\ &2x^2+1=8. \end{aligned}\right. \end{cases} \\ &\begin{cases} y=4 \text{ или } y=2 \\ \left[\begin{aligned} &z^2+1=24 \\ &2x^2+1=1, \end{aligned}\right. \end{cases} \\ &\begin{cases} y=4 \text{ или } y=2 \\ \left[\begin{aligned} &z^2+1=6 \\ &2x^2+1=4, \end{aligned}\right. \end{cases} \\ &\begin{cases} y=4 \text{ или } y=2 \\ \left[\begin{aligned} &z^2+1=4 \\ &2x^2+1=6, \end{aligned}\right. \end{cases} \end{aligned}\right.$$

$\Rightarrow$ решений нет. т.к. каждая система не имеет решений.

Место для скобы

Шифр ОРМО II-23-М-8

(3) $7(y-3)^2=28$:

$$\Rightarrow \begin{cases} y=5 \\ (z^2+1)(2x^2+1)=3 \end{cases}; \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} y=5 \text{ или } y=-1 \\ z^2+1=3 \\ 2x^2+1=1 \end{cases} \\ \begin{cases} y=5 \text{ или } y=-1 \\ z^2+1=1 \\ 2x^2+1=3 \end{cases} \end{array}\right. ; \Rightarrow \begin{array}{l} \varnothing \\ \begin{cases} y=5 \\ z=0 \\ x=\pm 1 \end{cases} \end{array}$$

$\Rightarrow$ Ответ: $(y_1=5,\ z_1=0,\ x_1=1)$
$(y_2=5,\ z_2=0,\ x_2=-1)$
$(y_3=1,\ z_3=0,\ x_3=1)$
$(y_4=-1,\ z_4=0,\ x_4=-1)$.

Задание №3:

$$\frac{2a}{3(b+c)}+\frac{2b}{3(a+c)}+\frac{2c}{3(a+b)} \geq 1;$$

$$\frac{a}{(b+c)}+\frac{b}{(a+c)}+\frac{c}{(a+b)} \geq \frac{3}{2};$$

Данное неравенство является верным как следствие из неравенства Коши и факта, что $\frac{1+t}{t} \geq 2$ при $t>0$.

Место для скобы

Шифр ФРМО II-23 М-8

Задание №3

$$\frac{2a}{3(b+c)}+\frac{2b}{3(a+c)}+\frac{2c}{3(a+b)}\geq 1;$$

$2(a(a+c)(a+b)+b(a+c)(a+b)+c(b+c)(a+c))\geq 3(a+c)(b+c)(a+b);$

$2((a^2+ac)(a+b)+(ba+bc)(a+b)+(c^2+bc)(a+c))\geq 3(a+c)(b+c)(a+b);$

$2(a^3+a^2b+a^2c+acb+ab^2+a^2b+abc+b^2c+$

ТК $a,b,c>0$:

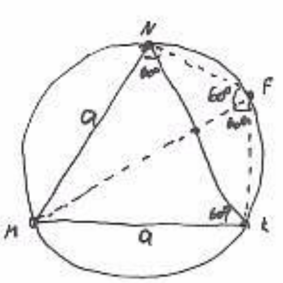
$2((a^2+ac)(a+b)+(b^2+bc)(a+b)+(c^2+ac)(b+c))\geq 3(a+b)(a+c)(b+c);$

$2(a^3+a^2b+a^2c+acb+ab^2+b^3+abc+b^2c+bc^2+c^3+abc+ac^2)\geq 3(a+b)(a+c)(b+c);$

$2(a^3+b^3+c^3+3abc+a^2b+a^2c+ab^2+b^2c+c^2b+c^2a)\geq 3(a^2b+a^2c+b^2c+b^2a+$
$+c^2a+c^2b+2abc);$

$2a^3+2b^3+2c^3-a^2b-a^2c-b^2a-b^2c-c^2a-c^2b\geq 0;$

Задание №5:



$$\Rightarrow\begin{cases}FN^2+FM^2-2FN\cdot FM\cdot\cos 60=a^2\\ FK^2+FM^2-2FK\cdot FM\cdot\cos 60=a^2\end{cases}$$

$(FN-FK)(FN+FK)+FM(FK-FN)=0$

$(FK-FN)(-FN-FK-FM)=0;$

$\Rightarrow FK=FN;$