ТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА «ОРМО»

07435

Шифр

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ

заключительного этапа

мет	МАТЕМАТИКА
ант	1
:	11 „И"
илия	БУЧ
	ВЛАДИСЛАВ
ство	АЛЕКСАНДРОВИЧ
рождения	2 5 (Число) 0 9 (Месяц) 2 0 0 5 (Год)
на	Россия
он *(пр: Томская обл., инградская область)*	Новосибирская обл.
униципального образования *т, деревня, село, город)*	город
ленный пункт *(пр: Томск, рово, Псков)*	Карасук
ое наименование овательного учреждения, ором Вы обучаетесь в ее время	МБОУ технический лицей №176

асие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e–mail езультатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись ____________

1	2	3	4	5
7	0	2	7	2

Шифр 07435

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
18б	30.03.23	Гесфина	

1 Вариант

№4

x_1, x_2, x_3

ax^3-ax^2+bx+b

с ненулевыми коэф. a и b справедливо равенство $(x_1+x_2+x_3)\left(\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}\right)=-1$

$ax^3-ax^2+bx+b=0$

$x^3-x^2+\frac{b}{a}x+\frac{b}{a}=0$

$(x_1+x_2+x_3)\left(\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}\right)=-1$

$$\begin{cases} x_1\cdot x_2\cdot x_3=-\frac{b}{a} \\ x_1\cdot x_2+x_2\cdot x_3+x_1\cdot x_3=\frac{b}{a} \\ x_1+x_2+x_3=1 \end{cases}$$

$$\frac{1\cdot\frac{b}{a}}{-\frac{b}{a}}=-1$$

$-1=-1 \Rightarrow$ равенство справедливо

7б

№1

$2x^2+2x^2z^2+z^2+7y^2-42y+33=0 \quad x,y,z\in Z$

$2x^2(1+z^2)+(z^2+1)-1+7(y^2-2y\cdot 3+9)-63+33=0$

$(1+z^2)(2x^2+1)+7(y-3)^2=31$

$y-3=0$

$y=3$

$(1+z^2)(2x^2+1)+7(3-3)^2=31$

$(1+z^2)(2x^2+1)=31\cdot 1$

$y\neq 3$, так как при нём нет целых корней

$y=4$

$(1+z^2)(2x^2+1)+7(4-3)^2=31$

$(1+z^2)(2x^2+1)=24\cdot 1$

$y\neq 4$, так как при нём нет целых корней

7б

$y=5$

$(1+z^2)(2x^2+1)+7(5-3)^2=31$

$(1+z^2)(2x^2+1)=3\cdot 1$

$1\cdot 3$

$z=0$

$y=5$

$x=\pm 1$

$y=2$

$(1+z^2)(2x^2+1)+7(2-3)^2=31$

$(1+z^2)(2x^2+1)=24\cdot 1$

$y\neq 2$, так как при нем нет целых корней

$y=1$

$(1+z^2)(2x^2+1)+7(1-3)^2=31$

$(1+z^2)(2x^2+1)=3\cdot 1$

$1\cdot 3$

$z=0$

$x=\pm 1$

$y=1$

Ответ: $(1;1;0)$; $(-1;1;0)$; $(1;5;0)$; $(-1;5;0)$

№3

$$\frac{2a}{3(b+c)}+\frac{2b}{3(a+c)}+\frac{2c}{3(a+b)}\geq 1$$

$$\frac{a}{(b+c)}+\frac{b}{(a+c)}+\frac{c}{(a+b)}\geq\frac{3}{2}$$

$$\frac{a}{\sqrt{bc}}+\frac{b}{\sqrt{ac}}+\frac{c}{\sqrt{ab}}\geq 3$$

$$\frac{a^{\frac{3}{2}}+b^{\frac{3}{2}}+c^{\frac{3}{2}}}{3\sqrt{a\cdot b\cdot c}}\geq\frac{\sqrt[3]{a^{\frac{3}{2}}\cdot b^{\frac{3}{2}}\cdot c^{\frac{3}{2}}}}{\sqrt{abc}}\quad\frac{\sqrt{a}\sqrt{b}\sqrt{c}}{\sqrt{a}\sqrt{b}\sqrt{c}}$$

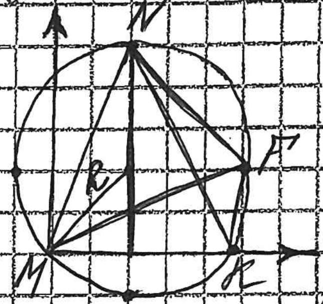
$$\Rightarrow\frac{2a}{3(b+c)}+\frac{2b}{3(a+c)}+\frac{2c}{3(a+b)}\geq 1$$

Несамост. реш.

25

Шифр 07435

№5



FM + FN + FK

N $(1;\sqrt{3})$
M $(0;0)$
K $(2;0)$
F $(x;y)$

$\vec{NF}\{x-1;\ y-\sqrt{3}\}$
$\vec{KF}\{x-2;\ y\}$
$\vec{MF}\{x;\ y\}$

$(x-1)^2+(y-\sqrt{3})^2+(x-2)^2+y^2+x^2+y^2$

$3x^2-6x+3y^2-2\sqrt{3}y+8$

$3(x^2-2x+1)+(\sqrt{3}y-1)^2+4$

$3(x-1)^2+(\sqrt{3}y-1)^2+4$

$(x-1)^2+(y-\frac{1}{\sqrt{3}})^2=\frac{4}{3}$

$\frac{(x-1)^2}{1}+\frac{(\sqrt{3}y-1)^2}{3}=\frac{4}{3}$

$3(x-1)^2+(\sqrt{3}y-1)^2=4$

$4+4 \Rightarrow 8 \Rightarrow$ величина $FM^2+FN^2+FK^2$ не зависит от выбора точки F.