07417

Шифр

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА «ОРМО»
ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

мет	Математика
ант	1
:	11
лия	Божок
	Алина
:тво	Александровна
рождения	Число: 31; Месяц: 10; Год: 2005
іа	Россия
н (пр: Томская обл., інградская область)	Новосибирская
ниципального образования п, деревня, село, город)	Город
енный пункт (пр: Томск, рово, Псков)	Карасук
ре наименование овательного учреждения, ором Вы обучаетесь в е время	МБОУ технический лицей №176 Карасукского района Новосибирской области

асие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e–mail зультатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись Божок

1	2	3	4	5
7	0	0	7	4

Шифр 07417

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
18б	20.03.23	Гецдиник	

1.

7б

$2x^2+2x^2z^2+z^2+7y^2-42y+33=0$

вынесем $2x^2$ за скобки

$2x^2(1+z^2)+(z^2+1)-1+7(y^2-2y\cdot3+9)-63+33=0$

добавили 1 и отняли 1 добавили $7\cdot9=63$ и отнимаем 63

выносим $1+z^2$ за скобку

$(1+z^2)(2x^2+1)+7(y-3)^2=31$

Пусть $y=3$, получаем выражение:

$(1+z^2)(2x^2+1)=31\cdot1$

Либо $1+z^2=1$ и $2x^2+1=31$, но целых решений нет

Либо $1+z^2=31$ и $2x^2+1=1$, целых решений так же нет

$0<y<6$, т.к. если мы поставим в выражение $y=6$, получим

$(1+z^2)(2x^2+1)=-32$, а этого быть не может, так как $1+z^2>0$ и $2x^2+1>0$

аналогично с отрицательными числами

значит нужно проверить наличие целых корней при $y=$ ~~...~~ $1, 2, 4, 5$, ~~...~~

Пусть $y=1$, получим выражение:

$(1+z^2)(2x^2+1)+7\cdot4=31$

$(1+z^2)(2x^2+1)=3\cdot1$

место для скобы

Шифр 07417

Если $1+z^2$ будет равно 3, решения будут нецелыми.

Поэтому $\begin{cases}1+z^2=1\\2x^2+1=3\end{cases}$ $\begin{cases}z=0\\x=1\\y=1\end{cases}$ $\begin{cases}z=0\\x=-1\\y=1\end{cases}$

Пусть $y=2$

$(1+z^2)(2x^2+1)+7\cdot1=31$

$(1+z^2)(2x^2+1)=24$

$24=2\cdot12$
$24=4\cdot6$
$24=3\cdot8$
$24=24\cdot1$

При $\begin{cases}1+z^2=2\\2x^2+1=12\end{cases}$ или $\begin{cases}1+z^2=12\\2x^2+1=2\end{cases}$ целых решений нет

При $\begin{cases}1+z^2=4\\2x^2+1=6\end{cases}$ или $\begin{cases}1+z^2=6\\2x^2+1=4\end{cases}$ целых решений нет

При $\begin{cases}1+z^2=3\\2x^2+1=8\end{cases}$ или $\begin{cases}1+z^2=8\\2x^2+1=3\end{cases}$ целых решений нет

При $\begin{cases}1+z^2=24\\2x^2+1=1\end{cases}$ или $\begin{cases}1+z^2=1\\2x^2+1=24\end{cases}$ целых решений нет скобы

Шифр 07417

Пусть $y=4$, $4=4\cdot 1$, $4=2\cdot 2$

$(1+z^2)(2x^2+1)+7\cdot 1=31$

$(1+z^2)(2x^2+1)=24$

целых решений нет

Пусть $y=5$.

$(1+z^2)(2x^2+1)+7\cdot \cancel{4}=\cancel{31}\,3$

$(1+z^2)(2x^2+1)=\cancel{17}\,3$

$\begin{cases}1+z^2=1 \\ 2x^2+1=17\end{cases}$ y

или

$\begin{cases}1+z^2=17 \\ 2x^2+1=1\end{cases}$ $\begin{cases}z=4 \\ y=5 \\ x=0\end{cases}$ $\begin{cases}z=-4 \\ y=5 \\ x=0\end{cases}$

Ответ: $(1;1;0)$; $(-1;1;0)$; $(1;5;0)$; $(-1;5;0)$

4. $ax^3-ax^2+bx+b=0$

$x^3-x^2+\frac{b}{a}x+\frac{b}{a}=0$

$(x_1+x_2+x_3)\left(\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}\right)=-1$ доказать

Запишем теорему Виета:

$\begin{cases}x_1\cdot x_2\cdot x_3=-\frac{b}{a} \\ x_1\cdot x_2+x_1\cdot x_3+x_2\cdot x_3=\frac{b}{a} \\ x_1+x_2+x_3=1\end{cases}$ подставим $x_1+x_2+x_3=1$ в выражение

$1\cdot\left(\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}\right)=-1$

скобы

Шифр 7417

Рассмотрим выражение

$\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}=-1$ найдём общий знаменатель

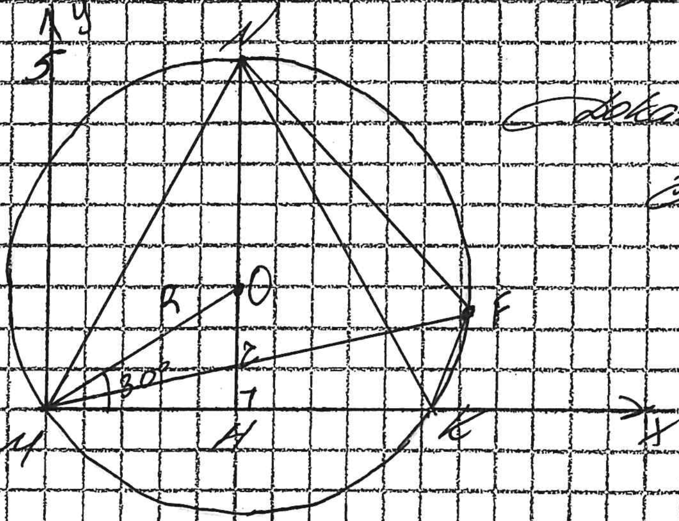
$\frac{x_2x_3+x_1x_3+x_1x_2}{x_1\cdot x_2\cdot x_3}=-1$

$-\frac{b\,a}{a\,b}=-1$

$-1=-1$

Равенство выполняется

Д б четверостишие



Докажем, что $NF^2+FK^2+MF^2=$ const

Пусть сторона равна 2 (треугольник равносторонний)

Запишем координаты точек:

$N(1;\sqrt{3})$

$M(0;0)$

$K(2;0)$

$F(x_1;y_1)$

$\vec{NF}=\{x_1-1;y_1-\sqrt{3}\}$

$\vec{KF}=\{x_1-2;y_1\}$

$\vec{MF}=\{x_1;y_1\}$

$\vec{a}\cdot\vec{a}=|\vec{a}|^2$

Найдем сумму модулей векторов в квадрате

$(x_1-1)^2+(y_1-\sqrt{3})^2+(x_1-2)^2+y_1^2+x_1^2+y_1^2=$

$=x_1^2-2x_1+1+y_1^2-2\sqrt{3}y_1+3+x_1^2-4x_1+4+y_1^2+x_1^2+y_1^2=$

$3x_1^2-6x_1+3y_1^2-2\sqrt{3}y_1+8=$

$=3(x_1^2-2x_1+1)+(\sqrt{3}y_1-1)^2+4$

Напишем уравнение нашей окружности

Так-как точка O в равност. треугольнике лежит на точке пересечения медиан:

По т. Пифагора в $\triangle MNH$:

$NH=\sqrt{3} \Rightarrow OH=\frac{1}{\sqrt{3}}$ $\quad c=\frac{1}{\sqrt{3}}$

Уравнение окружности

$R=\frac{2}{\sqrt{3}}$

$(x-1)^2+\left(y-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)=\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2$

$3(x-1)^2+(\sqrt{3}-1)^2=4$ – это выражение является c

Вспомним, что сумма квадратов векторов это: const

$3(x_1^2-2x_1+1)+(\sqrt{3}y_1-1)^2+4$

Подставим $3(x^2-2x_1+1)+(\sqrt{3}-1)^2=4$ в нашу сумму и получим

$4+4=8 \Rightarrow$

$FM^2+FN^2+FK^2$ – const