Место для скобы

004024

Шифр

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА ВУЗОВ ТОМСКОЙ ОБЛАСТИ «ОРМО»

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

1.	Предмет	МАТЕМАТИКА
2.	Вариант	1
3.	Класс	9
4.	Фамилия	Бородатов
	Имя	Егор
	Отчество	Олегович
5.	Дата рождения	Число: 26; Месяц: 09; Год: 2005
6.	Страна	Россия
7.	Регион *(пр: Томская обл., Алтайский край)*	Томская обл.
8.	Вид муниципального образования *(пр: село, город, пгт, деревня)*	город
9.	Населенный пункт *(пр: Томск, Кемерово, Псков)*	Томск
10.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь	ОГБОУ „Томский физико-технический лицей"

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e–mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись ________

Место для скобы

Шифр 004024

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
27 б	4.04.21	Гендрико И.Ю.	

№1

$$\frac{2(a^4b+ab^4)}{a^2-ab+b^2}-\frac{(b^4-a^4)(b+a)}{a^2-b^2}=\frac{2ab(a^3+b^3)}{a^2-ab+b^2}-\frac{(a^2+b^2)(b^2-a^2)(b+a)}{(a+b)(a-b)}=$$

$$=\frac{2ab(a+b)(a^2-ab+b^2)}{a^2-ab+b^2}+\frac{(a+b)(a-b)(a^2+b^2)(a+b)}{(a+b)(a-b)}=2ab(a+b)+$$

$$+(a+b)(a^2+b^2)=(a+b)(a+b)^2=(a+b)^3$$

$$-1,\underbrace{4\ldots44}_{2020}+(-1,\underbrace{5\ldots55}_{2020})=-2,\underbrace{9\ldots99}_{2020}$$

$$6\cdot10^{-2021}+4\cdot10^{-2021}=1\cdot10^{-2020}$$

$$-2,\underbrace{9\ldots99}_{2020}+1\cdot10^{-2020}=-3$$

7 б

$$\Downarrow$$

$a+b=-3$ при $a=-1,\underbrace{4\ldots44}_{2021}$, $b=-1,\underbrace{5\ldots55}_{2020}6$

$(a+b)^3=-27$

Ответ: -27 ✓

1	2	3	4	5
7	7	7	6	0

№2

$$-\begin{cases}x^2+2y^2-2yz=100\\2xy-z^2=100\end{cases}$$

7 б

$x^2-2xy+2y^2-2yz+z^2=0$

$(x^2-2xy+y^2)+(y^2-2yz+z^2)=0$

$(x-y)^2+(y-z)^2=0$

Квадраты чисел ≥0 $\Rightarrow$ сумма квадратов $=0$ только тогда, когда каждое слагаемое $=0$ $\Rightarrow$ $\begin{cases}x-y=0\\y-z=0\end{cases}$ | $\begin{cases}x=y\\y=z\end{cases}$; т.е. $x=y=z$

Место для скобы

Шифр 004024

Заменим y и z в системе на x, т.к. $x=y=z$

$$\begin{cases} x^2+2x^2-2x^2=100 \\ 2x^2-x^2=100 \end{cases}$$

$$x^2=100$$

$$\left[\begin{array}{l} x_1=-10 \\ x_2=10 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x_1=10 \\ y_1=10 \\ z_1=10 \end{cases} \\ \begin{cases} x_2=-10 \\ y_2=-10 \\ z_2=-10 \end{cases} \end{array}\right.$$

Ответ: $(10;10;10)$ и $(-10;-10;-10)$

№3
$$\begin{cases} y=x^2+ax+b \\ y=x^2+cx+d \\ y=1 \\ x=1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1=1+a+b \\ 1=1+c+d \end{cases}$$

$$\begin{cases} a+b=0 \\ c+d=0 \end{cases}$$

7б

$$\begin{cases} a=-b \\ c=-d \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^{2021}=(-b)^{2021} \\ c^{2020}=(-d)^{2020} \end{cases}$$

$$a^{2021}+d^{2020}=(-b)^{2021}+(-c)^{2020}=c^{2020}-b^{2021}$$

То есть $a^{2021}+d^{2020}=c^{2020}-b^{2021} \Rightarrow a^{2021}+d^{2020}$ не может быть больше $c^{2020}-b^{2021}$

Ответ: нет, не возможно.

Место для скобы

Шифр 004024

№4

$(a-b-c)^4 \leq a^4+b^4+c^4-a^2bc-b^2ac-c^2ab$

~~$a^4+b^4+c^4 \geq a^2bc+b^2ac+c^2ab$~~

$(a-b-c)^4 \geq 0$ т.к. степень $\vdots 2$

$a^4+b^4+c^4-a^2bc-b^2ac-c^2ab \geq (a-b-c)^4 \geq 0$

$a^4+b^4+c^4-a^2bc-b^2ac-c^2ab \geq 0$

$a^4+b^4+c^4 \geq a^2bc+b^2ac+c^2ab$

ч.т.д.

Недост. обосн.

6б