Место для скобы

003089

Шифр

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА «ОРМО»
ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

1.	Предмет	МАТЕМАТИКА
2.	Вариант	
3.	Класс	10
4.	Фамилия	БОГДАНОВА
	Имя	ОЛЕСЯ
	Отчество	АЛЕКСАНДРОВНА
5.	Дата рождения	Число: 22; Месяц: 07; Год: 2005
6.	Страна	РОССИЯ
7.	Регион *(пр: Томская обл., Калининградская область)*	ТОМСКАЯ ОБЛАСТЬ
8.	Вид муниципального образования *(пр: пгт, деревня, село, город)*	ГОРОД
9.	Населенный пункт *(пр: Томск, Кемерово, Псков)*	ТОМСК
10.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь в данное время	МАОУ СИБИРСКИЙ ЛИЦЕЙ

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e–mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись Богданова

Шифр 003089

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
20	29.03	Кофрыкина Е. Е.	[illegible]

№2

$p(x) = (a+1)x^2 - (a+1)x + 2022$ графиком функции является парабола с вершиной с координатами ($x_в$ и $y_в$)

$x_в = \frac{-(-(a+1))}{2(a+1)} = \frac{1}{2}$

$y_в = \frac{a+1}{4} + \frac{-(a+1)}{2} + 2022 = 2022 - \frac{a+1}{4}$ } Заметим, что чем больше a, тем меньше значение функции.

Возьмем наименьшее возможное значение функции

$\begin{cases} y_в = -2022 = 2022 - \frac{a+1}{4} \\ a+1 > 0 \end{cases}$ $\begin{cases} a = 16\,175 \\ a > -1 \end{cases}$ $\Rightarrow a = 16\,175$

Проверим, что при любых аргументах $[0; 1]$ функция не выходит за пределы ограничений: $p(x) \in [-2022; 2022]$

1) На участке $[0; \frac{1}{2}]$ функция $p(x)$ монотонно убывает, значит максимальное значение принимает в точке 0:

$p(0) = 0(a+1) + 0\cdot(a+1) + 2022 = 2022 \in [-2022; 2022]$

2) Так как функция $p(x)$ симметрична относительно прямой $x = \frac{1}{2}$ (св-во функции), то

$p(1) = p(0) = 2022 \in [-2022; 2022]$

На участке $[\frac{1}{2}; 1]$ функция монотонно возрастает, значит принимает максимальное значение в точке 1

$p(1) = 2022 \in [-2022; 2022]$

1	2	3	4	5	Σ
0	7	7	1	5	20

Ответ: 16 175

+

№3

Очевидно, что числа a, b, c — это корни уравнения $x^3 - 2022x + 1011 = 0$, то есть его можно переписать в виде $(x-a)(x-b)(x-c) = 0$

Раскрыв скобки, получим

$x^3 - (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ac)x - abc = 0$ } $\Rightarrow$

$\Rightarrow \begin{cases} a+b+c = 0 \\ ab+bc+ac = -2022 \\ abc = -1011 \end{cases}$ $\quad \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{bc+ac+ab}{abc} = \frac{-2022}{-1011} = 2$

Ответ: 2

+

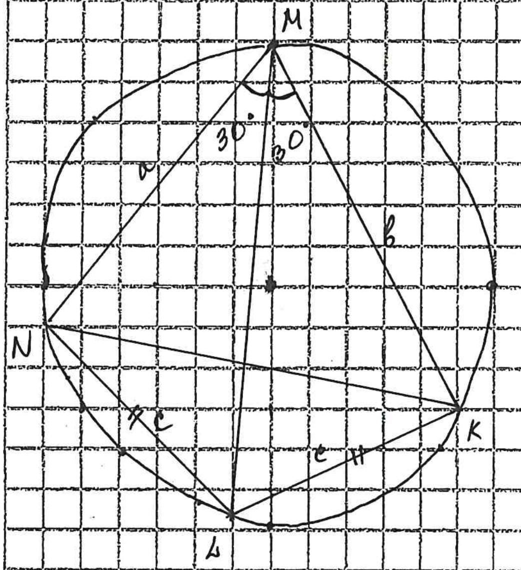
Место для скобы

Шифр 003089

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=\frac{bc+ac+ab}{abc}=\frac{-2022}{-1011}=2$$

Ответ: 2

№5



Дано: MKNL – четырехугольник, вписанный в окр-ть
ML – биссектриса $\angle NMK$
$\angle NML = \angle KML = 30°$
$S_{MKNL} = 25$

Найти: NM + MK

Решение: Обозначим MN за a; MK за b, тогда...

1. $S_{MNLK} = S_{MNL} + S_{MKL} = \frac{a \cdot ML}{2} \cdot \sin(\angle KML) + \frac{1}{2} b \cdot ML \cdot \sin(\angle NML) = \frac{ML}{2} \cdot \sin(30°)(a+b)$

2. Т.к. $\angle NML = \angle KML$ (по опр. биссектрисы), то $NL = KL = c$ (св-во впис. углов)

$$\begin{cases} c^2 = a^2 + ML^2 - 2a\,ML \cdot \cos(\angle NML) \\ c^2 = b^2 + ML^2 - 2b\,ML \cdot \cos(\angle KML) \end{cases} \text{(по теор. косинусов)} \Rightarrow$$

$\Rightarrow a^2 + ML^2 - 2a\,ML\cos(\angle NML) = b^2 + ML^2 - 2b\,ML \cdot \cos(\angle KML) \Rightarrow$

$\Rightarrow (a-b)(a+b-2LM \cdot \cos(30°)) = 0$

$\Rightarrow LM = \frac{a+b}{2 \cdot \cos(30°)}$

3. $$\left.\begin{aligned} S_{MNLK} &= \frac{\sin(30°) \cdot ML}{2}(a+b) \\ ML &= \frac{(a+b)}{2 \cdot \cos(30°)} \end{aligned}\right\} \Rightarrow S_{MNLK} = (a+b)^2 \cdot \frac{\sin(30°)}{4 \cdot \cos(30°)} \Rightarrow$$

$\Rightarrow (a+b) = \sqrt{4 \cdot S_{MNLK} \cdot ctg(30°)} = \sqrt{4 \cdot 25 \cdot \sqrt{3}} = 10\sqrt[4]{3}$

Ответ: $10\sqrt[4]{3}$

скобы

Шифр 003089

№4

$$(a^2+b^2+c^2)(x^2+y^2+z^2) \geqslant (ax+bz)^2+(by+cx)^2+(cz-ay)^2$$

$$a^2x^2+a^2y^2+a^2z^2+$$
$$b^2x^2+b^2y^2+b^2z^2+$$
$$c^2x^2+c^2y^2+c^2z^2 \geqslant a^2x^2+a^2y^2+$$
$$b^2z^2+b^2y^2+$$
$$c^2x^2+c^2z^2+2azbx+2bxcy-2azcy$$

$$a^2z^2+b^2x^2+c^2y^2 \geqslant 2azbx+2bxcy-2azcy$$

Домножим левую часть неравенства на 2 получим ?

$$\underbrace{a^2z^2-2azbx+b^2x^2}_{(az-bx)^2}+\underbrace{b^2x^2-2bxcy+c^2y^2}_{(bx-cy)^2}+\underbrace{c^2y^2+2azcy+a^2z^2}_{(cy+az)^2}\geqslant 0$$

$(az-bx)^2+(bx-cy)^2+(cy+az)^2 \geqslant 0$ } справедливо для всех чисел

чтд.