07499

Шифр

ТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА «ОРМО»
ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

мет	МАТЕМАТИКА
ант	1
	11
лия	БЛАГИНИН
	АНТОН
тво	ЕВГЕНЬЕВИЧ
рождения	04 (Число) 11 (Месяц) 2005 (Год)
а	Россия
н *(пр: Томская обл., инградская область)*	Томская область
ниципального образования *п, деревня, село, город)*	СЕЛО
енный пункт *(пр: Томск, рово, Псков)*	БАКЧАР
е наименование овательного учреждения, ором Вы обучаетесь в е время	МБОУ „Бакчарская СОШ"

асие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e–mail зультатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись Бл

Шифр 07499

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
14	26.03	Коряжкина Е.Е.	

$\cancel{(\cdot(a+c)(a+b)}$ $\quad (\cdot(a+b)(b+c) \quad (\cdot(b+c)(a+c) \quad (\cdot 3(a+b)(b+c)(a+c)$ $\quad 3$

$$\frac{2a}{3(b+c)}+\frac{2b}{3(a+c)}+\frac{2c}{3(a+b)}\geq 1$$

$$\frac{2a(a+b)(a+b)+2b(b+c)(a+b)+2c(b+c)(a+c)\geq 3(a+b)(b+c)(a+c)}{3(b+c)(a+c)(a+b)}$$

$$\frac{2a^3+2a^2b+2a^2c+2abc+2b^3+2ab^2+2b^2c+2abc+2c^3+2abc+2bc^2+2ac^2}{3(b+c)(a+c)(a+b)}$$

$$\frac{-3a^2b-3ab^2-3abc-3b^2c-3a^2c-3abc-3ac^2-3bc^2}{3(b+c)(a+c)(a+b)}\geq 0$$

$$\frac{2a^3+2b^3+2c^3-a^2b-a^2c-b^2c-ab^2-ac^2-bc^2}{3(b+c)(a+c)(a+b)}\geq 0$$

$$\frac{a^2(a-b)+a^2(a-c)+b^2(b-a)+b^2(b-c)+c^2(c-a)+c^2(c-b)}{3(b+c)(a+c)(a+b)}\geq 0$$

$$\frac{(a^2-c^2)(a-c)+(a-b)(a^2-b^2)+(b-c)(b^2-c^2)}{3(b+c)(a+c)(a+b)}\geq 0$$

$$\frac{(a-c)^2(a+c)+(a-b)^2(a+b)+(b-c)^2(b+c)}{3(b+c)(a+c)(a+b)}\geq 0$$

$$\frac{(a-c)^2}{3(a+b)(b+c)}+\frac{(a-b)^2}{3(a+c)(b+c)}+\frac{(b-c)^2}{3(a+b)(a+c)}\geq 0$$

$(a-c)^2\geq 0$

$(a-b)^2\geq 0$

$(b-c)^2\geq 0$

$3(a+b)(b+c)\geq 0$

$3(a+c)(b+c)\geq 0$

$3(a+b)(a+c)\geq 0$

Ч.т.д.

1	2	3	4	5	Σ
4	1	3	4	2	14

место для скобы

Шифр 07499

5.

Дано:

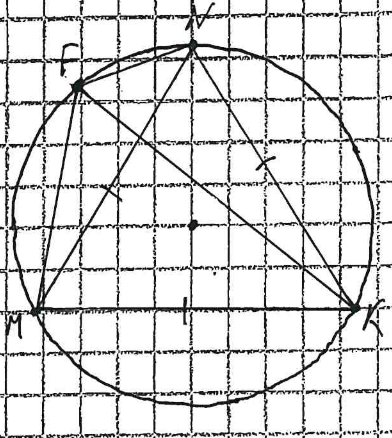
ΔMNK - равност.

O - ц.

$FM^4+FN^4+FK^4$ не зависят от выбора F

Решение:

F - произвольная точка лежащая на окружности.



FMKN - четырехугольник ⇒ можно воспользоваться теоремой Птолемея которая гласит, что во вписанном в окружность четырехугольнике произведение диагоналей равно сумме произведений его противоположных сторон.

$FK \cdot MN = FN \cdot MK + FM \cdot NK$

$MN = NK = MK$, т.к. ΔMNK - равносторонний ⇒

⇒ $MN = NK = MK = a$

[redacted] $FK \cdot a = FN \cdot a + FM \cdot a$ - const, т.к. оно не будет зависеть от выбора точки F ⇒ $FM^4+FN^4+FK^4$ не зависит от выбора точки F

2.

$2^{\lg(x^2-2023)} - \lg 2^{x^2-2022} = 0$

$2^{\lg(x^2-2023)} = \lg 2^{x^2-2022}$

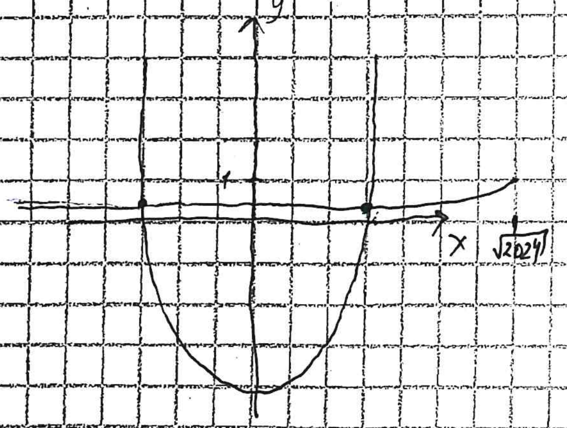
Если возьмем $x = \sqrt{2024}$, то $2^{\lg 1} = 2^0 = 1$ $= (x^2-2022)\lg 2$

$= x^2 \cdot \lg 2 - 2022 \cdot \lg 2$

Представим в виде функции

$f(x) = x^2 \cdot \lg 2 - 2022 \lg 2$

это квадратичная ф-ия ⇒ парабола, вершина которой в точке $-2022\lg 2$, а ветви направ. вверх.



Ответ: уравнение имеет 2 корня

Место для скобы

Шифр 07499

1.

$$2x^2+2x^2z^2+z^2+7y^2-42y+33=0 \quad (+30-30)$$

$$2x^2+2xz^2+z^2+7(y-3)^2-30=0$$

$$\underbrace{2x^2(1+z^2)+z^2}_{\text{всегда} \geq 0}=30-7(y-3)^2$$

$$30-7(y-3)^2\geq 0$$

$$-7(y-3)^2\geq -30$$

$$(y-3)^2\leq \frac{30}{7}, \text{ числа целые} \Rightarrow \frac{30}{7}=4\frac{2}{7}\approx 4$$

$$(y-3)^2=4$$

$$y-3=2 \qquad y-3=-2$$

$$y_1=5 \qquad y_2=1$$

$$y=5$$

$$2x^2(1+z^2)+z^2=30-28=2$$

$$2x^2(1+z^2)=1 \qquad z^2=1$$

$$x=0 \qquad z=1 \quad z=-1$$

для $y=1$ аналогично

Ответ:

x	y	z
0	1	1
0	1	-1
0	5	1
0	5	-1

$(0;1;1)$, $(0;1;-1)$, $(0;5;1)$, $(0;5;-1)$

7

скобы

Шифр

4.

$ax^3 - ax^2 + bx + b$ — многочлен с корнями x_1, x_2, x_3

$ax^3 - ax^2 + bx + b = a(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)$

$a(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3) = ax^3 - x^2\cdot x_2 - x^2\cdot x_1 + x_1\cdot x_2\cdot x - x^2 x_3 +$

$+ x\cdot x_2\cdot x_3 + x\cdot x_1\cdot x_3 - x_1\cdot x_2\cdot x_3 = x^3 - x^2(x_2+x_1+x_3) + x(x_1 x_2 + x_2\cdot x_3 +$

$+ x_1 x_3) - x_1\cdot x_2\cdot x_3 = ax^3 - ax^2 + bx + b \Rightarrow$

$\Rightarrow x_2 + x_1 + x_3 = a = 1$?

$x_1\cdot x_2 + x_2\cdot x_3 + x_1\cdot x_3 = b$

$-x_1\cdot x_2\cdot x_3 = b \Rightarrow -b = x_1\cdot x_2\cdot x_3$

$(x_1+x_2+x_3)\left(\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}\right) = -1$

$x_1 + x_2 + x_3 = 1 = a$

$\frac{x_2\cdot x_3 + x_1\cdot x_3 + x_1\cdot x_2}{x_1\cdot x_2\cdot x_3} = -1 = \frac{b}{-b} = -1$