07425

Шифр

ТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА «ОРМО»

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ

заключительного этапа

мет	математика
ант	1
	11 „Ж"
лия	БЕЛЬМАН
	ВЕРОНИКА
тво	ВЛАДИМИРОВНА
рождения	16 (Число) 05 (Месяц) 2005 (Год)
а	Россия
н *(пр: Томская обл., инградская область)*	Новосибирская область
ниципального образования *л, деревня, село, город)*	город
енный пункт *(пр: Томск, ово, Псков)*	Карасук
е наименование овательного учреждения, ром Вы обучаетесь в е время	МБОУ технический лицей № 176

асие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e–mail зультатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись ________

1	2	3	4	5
4	0	2	7	2

Шифр 07425

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
15б	30.03.23	Гендрикис	

№1

$$2x^2+2x^2z^2+z^2+\underbrace{7y^2-42y+33}=0$$

$$2x^2(1+z^2)+(1+z^2)+(y^2-6y+9)=63+32=0$$

$$(1+z^2)(2x^2+1)+7(y-3)^2=31$$

Путем подбора, мы найдем возможные варианты.

$1-3=0$

$y=3$: $(1+z^2)(2x^2+1)=31\cdot 1$ – нет решений для целых

$y=4$: $(1+z^2)(2x^2+1)=24\cdot 1=12\cdot 2$ – нет решений

$y=5$: $(1+z^2)(2x^2+1)=3$ – нет реш.

$y=2$: $(1+z^2)(2x^2+1)=24$

$y=1$: $(1+z^2)(2x^2+1)=3$

$(2x^2+1)(z^2+1)>0$ след делаем вывод, что других решений данного уравнения не существует

$x=1$; $x=-1$; $y=5$; $z=0$; $y=1$

Ответ: $\{-1;1;0\}$; $\{1;-1;0\}$

4б

не все решения найдены

№3.

$$\frac{2a}{3(b+c)}+\frac{2b}{3(a+c)}+\frac{2c}{3(a+b)}\geq 1$$

a, b, c – положительные числа

$$\frac{a}{b+c}+\frac{b}{a+c}+\frac{c}{a+b}\geq\frac{3}{2}$$

Представим среднее арифметическое на большее среднее геометрическое $\frac{a+b}{2}\geq\sqrt{ab}$ $|\cdot 2$

место для скобы

Шифр 07425

$\frac{1}{ab} \leq \frac{1}{2\sqrt{ab}}$ из этого следует следующее $\Rightarrow$

$$\frac{a}{b+c} + \frac{b}{a+c} + \frac{c}{a+b} \leq \frac{3}{2}$$

$$\frac{a\sqrt{a}}{2\sqrt{bc}} + \frac{b\sqrt{b}}{2\sqrt{ac}} + \frac{c\sqrt{c}}{2\sqrt{ab}} \leq \frac{3}{2}$$

Для трех средних арифметическ

$\frac{a+b+c}{3} \geq \sqrt[3]{abc}$ рассмотрим данное выражение

$$\frac{a}{b+c} + \frac{b}{a+c} + \frac{c}{c+b}$$

$\frac{a^{3/2} + b^{3/2} + c^{3/2}}{\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}\cdot\sqrt{c}} \geq 3$ → запишем в другом виде

$$\frac{a^{3/2} + b^{3/2} + c^{3/2}}{a^{1/2}\cdot b^{1/2}\cdot c^{1/2}} \geq 3$$

$$\frac{a^{3/2} + b^{3/2} + c^{3/2}}{3} \geq \sqrt[3]{a^{3/2}\cdot b^{3/2}\cdot c^{3/2}}$$

$$\frac{\frac{a^{3/2} + b^{3/2} + c^{3/2}}{3}}{a^{1/2}\cdot b^{1/2}\cdot c^{1/2}} \geq 1$$

$\geq \frac{\sqrt{a^{3/2}\cdot b^{3/2}\cdot c^{3/2}}}{a^{1/2}\ b^{1/2}\cdot c^{1/2}} = a^{1/2}\ b^{1/2}\cdot c^{1/2} = 1$ -

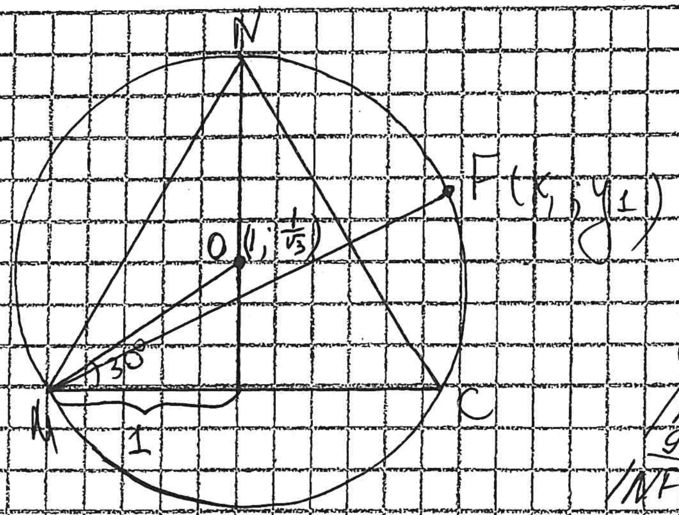
можно считать средним арифметическим для трех чисел

№5 Дано:

M(0; 0) N(1; $\sqrt{3}$)

K(2; 0) H(x_1; y_1)

решение.



$\vec{NF} = \{x_1-1; y-\sqrt3\}$

$\vec{KF} = \{x_1-2; y_1\}$

$\vec{MF} = \{x_1; y_1\}$

$|\vec{MF}|^2 = x_1^2+y_1^2$ – для первого вектора

$|\vec{KF}|^2 = (x_1-2)^2+y_1^2 = x_1^2-4x+4+y_1^2$ – для второго вектора

$|\vec{NF}|^2 = (x_1-1)^2+(y_1-\sqrt3)^2$ – для третьего вектора

$x_1^2-2x+1+y_1^2-2\sqrt3 y_1+3$

$(x_1-1)^2+(y_1-\sqrt3)^2+(x_1-2)^2+y_1^2+x_1^2+y_1^2=3x_1^2-6x_1+(\sqrt3 y_1)^2$
$-2\sqrt3 y_1+8=3(x_1^2-2x_1+1)+(\sqrt3 y_1-1)^2+4=3(x_1-1)^2+(\sqrt3 y_1-1)^2+4$

$R=2r$ $\quad R=\frac{2\sqrt3}{3}$

$\frac{1}{\sqrt3}=\frac{r}{1}$ Чтобы разобраться лучше, запишем ур-ие окружности $(x-x_0)^2+(y-y_0)^2=R^2$

$(x-1)^2+(y-\frac{1}{\sqrt3})^2=\frac43$

$\frac{(x-1)^2}{1}+\frac{(\sqrt3 y-1)^2}{3}=\frac43$

$3(x-1)^2+(\sqrt3 y-1)^2=4$

$4+4=8$

Воспользуемся формулой:

$(a^2+b^2+c^2)^2=a^4+b^4+c^4+2(a^2b^2+a^2c^2+b^2c^2)$

$a^4+b^4+c^4=(a^2+b^2+c^2)^2-2(a^2b^2+b^2c^2+a^2c^2)$

$a^4+b^4+c^4=64-2(MF^2NF^2+MF^2\cdot KF^2+NF^2\cdot KF^2)$

$[x_1(x_1-1)+y_1(y_1-\sqrt3)]^2+[x_1(x_1-2)+y_1^2]^2+[(x_1-1)(x-2)+(y_1-\sqrt3)y_1]^2$

$(x_1^2-x_1+y_1^2-\sqrt3 y_1)^2$