Место для скобы

003719

Шифр

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА ВУЗОВ ТОМСКОЙ ОБЛАСТИ «ОРМО»

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

1.	Предмет	Математика
2.	Вариант	1
3.	Класс	11 „А"
4.	Фамилия	БЕККЕР
	Имя	РОМАН
	Отчество	АЛЕКСАНДРОВИЧ
5.	Дата рождения	Число: 04; Месяц: 02; Год: 2004
6.	Страна	Россия
7.	Регион *(пр: Томская обл., Алтайский край)*	Новосибирская область
8.	Вид муниципального образования *(пр: село, город, пгт, деревня)*	город
9.	Населенный пункт *(пр: Томск, Кемерово, Псков)*	Купино
10.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь	МБОУ СОШ №80 им. В.П. Кузнецова

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e--mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись ______________

Место для скобы

Шифр 003719

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
16	1.04.21	Корякина Е.Е.	[illegible]

Задание 1

$\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2+2021}$, $x - \frac{1}{x}$, $\frac{1}{x^2+2021} - \frac{1}{x}$

① $-\left(\frac{1}{x^2+2021} - \frac{1}{x}\right)$ и $\frac{1}{x^2+2021} - \frac{1}{x}$ – противоположны.

Значит если одно из них целое, то и другое целое.
Рассмотрим x при которых число $x - \frac{1}{x}$ – целое.
$x - \frac{1}{x}$ - целое только в точке нуля =>

=> $x - \frac{1}{x} = 0$?

$\frac{x^2-1}{x} = 0$

$(x-1)(x+1) = 0$

$\left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -1 \end{array}\right.$

1	2	3	4	5	Σ
2	5	7	0	2	16

Проверим эти значения для $\frac{1}{x^2+2021} - \frac{1}{x}$

при $x = 1$:

$\frac{1}{1+2021} - 1 \notin Z$

при $x = -1$:

$\frac{1}{1+2021} + 1 \notin Z$

Ответ: таких чисел x - не существует

Задание 2

$\sin x + \sin^3 x + 2020 \cdot \sin^5 x = \cos(2x) + \cos^3(2x) + 2020 \cdot \cos^5(2x)$

Пусть $\sin x = a$, а $\cos(2x) = b$)

Расcмотрим две функции $f(a)$ в левой части и $f(b)$ в правой части.

$f(a) = a + a^3 + 2020a^5$

$f(b) = b + b^3 + 2020b^5$

Найдем их производные.

$f'(a) = 1 + 2a^2 + 10100a^4$ – функция монотонно ↗

$f'(b) = 1 + 2b^2 + 10100b^4$ – функция монотонно ↗

т.к это две монотонно возрастающие функции, то они имеют одну общую точку, которая удовлетворяет условию: $f(a) = f(b)$

$\Rightarrow \sin x = \cos 2x$

$\sin x = 1 - 2\sin^2 x$

$2\sin^2 x + \sin x - 1 = 0$ $\quad \sin x = t, \ |t| \le 1$

$2t^2 + t - 1 = 0$

$D = 1 + 8 = 9$

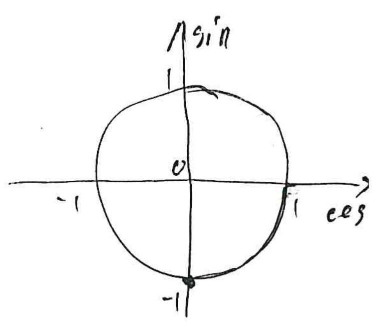
$t_1 = \frac{1+3}{2} = \frac{4}{2} = 2$??

$t_2 = \frac{1-3}{2} = -\frac{2}{2} = -1$

$\begin{cases} t = 2 \text{ н.к} \\ t = -1 \\ |t| \le 1 \end{cases}$

$\sin x = -1$

$x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$



Ответ: $x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$

∓

Место для скобы

Шифр 003719

Задание 3.

$f(x) = x^n + 5x^{n-1} + 3 = 0$, $n > 1$ и $n \in Z$.

Корнями уравнение могут быть делителями 3.:
$-3, -1, 1, 3$.

1) Пусть $x = -1$, тогда

$-1^n + 5x^{n-1} + 3$

n - чет: $1 + 5 + 3 < 0$

n - нечет: $-1 + 5 + 3 > 0$ $\Rightarrow x = -1$ - не корень

2) Пусть $x = 1$

$1^n + 5 \cdot 1^{n-1} + 3 =$ ~~1+5~~ $1 + 5 + 3 > 0$ $\Rightarrow$ $x = 1$ - не корень

3) Пусть $x = 3$

$3^n + 5 \cdot 3^{n-1} + 3$

n - чет: $\overset{>0}{3^n} + \overset{>0 \text{ и } >3^n}{5 \cdot 3^{n-1}} + \overset{>0}{3} > 0$ $\Rightarrow$ $x = 3$ - не корень

n - нечет: $\overset{>0}{3^n} + \overset{>0}{5 \cdot 3^{n-1}} + \overset{>0}{3} > 0$

4) Пусть $x = -3$

n - чет: $\overset{>0}{-3^n} + \overset{<0 \text{ и } <-3^n+3}{5 \cdot 3^{n-1}} + \overset{>0}{3} < 0$

n - нечет: $\overset{<0}{-3^n} + \overset{>0 \text{ и } >-3^n+3}{5 + 3^{n-1}} + \overset{>0}{3} > 0$

$x = -3$ - не корен

Таким образом среди целых чисел нет таких, через которые бы можно представить $f(x)$ через произведение многочленов. Ответ: нет.

Место для скобы

Шифр

Задание 5

Дано:

$a+b+d=16$

$S=32$

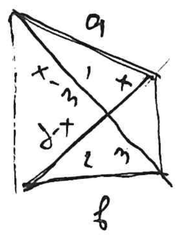
Найти:

x

Решение:

~~x−m~~

① Рассмотрим два Δ. и ~~на~~ запишем для них основное неравенство



1) $x-m+x>a$

2) $d-x+m>b$

Сложим два неравенства:

$x+d-\cancel{m}\cancel{+x}+\cancel{x}+\cancel{m}>a+b$

$x+d>a+b$

Выразим $a+b$ через $a+b+d=16$ (по усл. зад.)

$a+b=16-d$, тогда получим

$x+d>16-d$

$x+\cancel{d}>16-d-d$

$x>16-2d.$

② $S=\dfrac{d\cdot x\cdot\sin\alpha}{2}=32$

$0<\sin\alpha\le 1$

$\dfrac{d\cdot x\cdot\sin\alpha}{2}=32$

$d\cdot x\cdot\sin\alpha=64 \Rightarrow dx\geq 64$

③ Получим две неравенства:

$\begin{cases}x>16-2d\\ x>\dfrac{64}{d}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x>2(8-d)\\ x>\dfrac{64}{d}\end{cases} \Rightarrow d<8$

пусть $d=8$?, тогда $x>8$ и $x\le 16$

$x\in[8;16]$

Ответ: $x\in[8;16]$