Место для скобы

003984

Шифр

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА ВУЗОВ ТОМСКОЙ ОБЛАСТИ «ОРМО»

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

1.	Предмет	Математика
2.	Вариант	2
3.	Класс	11
4.	Фамилия	БАДАМХАНОВ
	Имя	ТИМУР
	Отчество	ШУХРАТОВИЧ
5.	Дата рождения	Число: 14; Месяц: 02; Год: 2003
6.	Страна	Россия
7.	Регион *(пр: Томская обл., Алтайский край)*	Томская обл.
8.	Вид муниципального образования *(пр: село, город, пгт, деревня)*	город
9.	Населенный пункт *(пр: Томск, Кемерово, Псков)*	Томск
10.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь	МБОУ Лицей при ТПУ

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e–mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись ____________

Место для скобы

Шифр 003984

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
17 б	5.04.21	Гендрина И.Ю.	[illegible]

1) 1. выраж. $x - \frac{1}{x}$ явл. целым <=> $x = \pm 1$ ~~[illegible]~~

2. ~~П~~роверим, явл. ли при этих знач. x другие два числа целыми

$\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2+2020}$, при $x=1$: $\frac{1}{1} - \frac{1}{1+2020} = 1 - \frac{1}{2021} = \frac{2020}{2021}$ - число не целое

при $x = -1$: $\frac{1}{-1} - \frac{1}{-1+2020} = -1 - \frac{1}{2019} = \frac{-2020}{2019}$ - число не целое

7 б

$\frac{1}{x^2+2020} - \frac{1}{x} = -\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2+2020}\right)$, при $x = \pm 1$ - число не целое (см. выше)

Ответ: не существует.

2) $\sin x + \sin^3 x + 2021 \cdot \sin^5 x = \cos(2x) + \cos^3(2x) + 2021 \cdot \cos^5(2x)$

ур-е имеет вид $f(t_1) = f(t_2)$, где $f(t) = t + t^3 + 2021 t^5$,

$t_1 = \sin x$, $t_2 = \cos(2x)$

$f'(t) = 1 + 2t^2 + 2021 \cdot 5 t^4 > 0 \; \forall t$ => $f(t)$ монотонно возр. на R

=> $f(t_1) = f(t_2)$ <=> $t_1 = t_2$

7 б

$\sin x = \cos 2x$

$\sin x = 1 - 2\sin^2 x$

$2\sin^2 x + \sin x - 1 = 0$

$\left[\begin{array}{l} \sin x = -1 \\ \sin x = \frac{1}{2} \end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l} x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n \\ x = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n, \; n \in \mathbb{Z} \end{array}\right.$

1	2	3	4	5
7	7	2	1	0

Ответ: $x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n$; $x = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$ ✓

Место для скобы

Шифр 003984

③ $P(t) = t^n + 5t^{n-1} + 3$, $n>1$, $n \in \mathbb{Z}$

Пусть $t=a$ - корень данного ур-е, тогда

$t^n + 5t^{n-1} + 3) = (t-a)(t^{n-1} + \dots)$

т.к. у старшего члена $p(t)$ коэф. единица =>
=> все множители должны иметь первый коэф. равный единице

$$\begin{array}{l|l} t^n + 5t^{n-1} + 3 & t-a \\ \underline{t^n - at^{n-1}} & t^{n-1} + (a+5)t^{n-2} \\ \quad (a+5)t^{n-1} + 3 & \\ \quad (a+5)t^{n-1} - a(a+5)t^{n-2} & \end{array}$$

Недост. обоснование

2б

Заметим, что при делении минимум у одного члена появ. коэф $(a+5)$ => $a \in \mathbb{Z}$ (т.к. по усл. коэф целые)
т.к. $a \in \mathbb{Z}$ => $t=a$ – целый корень
Все рац. корни можно найти т/з делители $\frac{p}{q}$, где
p - свободн. член
q - старш. коэф. ; $\frac{p}{q} = 3$, делителем 3 явл ± 1; ± 3
=> $P(t)$ имеет не более 4-х рац. корней.
При $n \vdots 2$ $P(t)$ всегда будет иметь хотя бы один корень
т.к. $\lim\limits_{+\infty} P(t) = +\infty$; $\lim P(t) = -\infty$ =>
=> многочлен можно будет разлож. на множители
~~$P(t)$ можно представить в виде~~
~~$(t^k)^2 + 5$~~

Ответ неверный

④ $K>0$

$$\frac{x^3}{k + \sqrt[3]{2021^4} \cdot x} + \frac{\sqrt[3]{2021^4} \cdot x}{K + x^3} \leq \frac{3}{2} - \frac{K}{x(x^2 + \sqrt[3]{2021^4})}$$

1б

Место для скобы

Шифр 003984

$a \overset{об}{=} x^3$

$b \overset{об}{=} \sqrt[3]{2024^4}$

$$\frac{a}{k+b} + \frac{b}{k+a} \leq \frac{3}{2} - \frac{k}{a+b}$$

$$\frac{a}{k+b} + \frac{b}{k+a} + \frac{k}{a+b} \leq \frac{3}{2}$$

$$\left(\frac{a}{k+b} + \frac{b}{k+a} + \frac{k}{a+b}\right)(2a+2b+2k) \geq (\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{k})^2$$

$$\left(\frac{a}{k+b} + \frac{b}{k+a} + \frac{k}{a+b}\right)((a+b)+(k+b)+(k+a)) \geq (\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{k})^2$$