03871

Шифр

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА ВУЗОВ ТОМСКОЙ ОБЛАСТИ «ОРМО»

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ

1.	Предмет	Орг. документы
2.	Вариант	Математика 11 класс закл. этап
3.	Класс	11
4.	Фамилия	Б А Т Ы Р О В
	Имя	М Е Р Д А Н
	Отчество	Н А З А Р О В И Ч
5.	Дата рождения	2 9 (число) 1 2 (месяц) 2 0 0 4 (год)
6.	Страна	Туркменистан
7.	Регион (пр: Томская обл., Алтайский край)	г Ашхабад
8.	Вид муниципального образования (пр: село, город, пгт, деревня)	Город
9.	Населенный пункт (пр: Томск, Кемерово, Псков)	Ашхабад
10.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь	Средняя образовательная школа №36

Шифр 03871

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
19б	3.04.22	Гецуршие И.Ю.	

4) $a^3-2020a^2+1010=0$ $b^3-2020b^2+1010=0$ $c^3-2020c^2+1010=0$

$\frac{1}{ab}+\frac{1}{bc}+\frac{1}{ac}$ - ?

копия № 03870

Решение

$x^3-2020x^2+1010=0$; $x_1, x_2, x_3 \neq 0$

По теореме Виета:

$$\begin{cases} x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = 1010 \\ x_1 x_2 + x_1 \cdot x_3 + x_2 \cdot x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 2020 \end{cases}$$

$\frac{x_1+x_2+x_3}{x_1 x_2 x_3} = \frac{2020}{1010}$ $\frac{1}{x_1 x_2}+\frac{1}{x_2 x_3}+\frac{1}{x_1 x_3}=2$

a, b, c - различные корни уравнения $x^3-2020x^2+1010=0$

$\frac{1}{ab}+\frac{1}{bc}+\frac{1}{ac}=2$

Ответ неверный

Ответ: 2

x_1, x_2, x_3 - различны потому что если $x_1 = x_2 = x_3$ тогда

$$\begin{cases} x^3 = 1010 \\ 3x^2 = 0 \\ 3x = 2020 \end{cases}$$ X

а если имеет два различных решений тогда не мало области

$$\begin{cases} x_1^2 \cdot x_2 = 1010 \\ x_1^2 + 2x_1 x_2 = 0 \\ 2x_1 + x_2 = 2020 \end{cases} \quad \begin{cases} x_1^2 \cdot x_2 = 1010 \\ x_1 + 2x_2 = 0 \\ 2x_1 + x_2 = 2020 \end{cases} \Rightarrow$$ нет. решений X

Вывод: x_1, x_2, x_3 - различны

~~По теореме Пифагора для Δ SHL:~~

~~$SL = \sqrt{\frac{15}{4} + \frac{127}{4}} = \sqrt{\frac{142}{4}}$~~

$HL = \sqrt{\frac{49}{4} + 16 - 2 \cdot \frac{7}{2} \cdot 4 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)} = \sqrt{\frac{49}{4} + 16 + 14} = \sqrt{\frac{169}{4}} = \frac{13}{2}$

По теореме Пифагора для Δ SHL:

$SL = \sqrt{\frac{15}{4} + \frac{169}{4}} = \sqrt{\frac{184}{4}} = \sqrt{46}$

$V = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{15}}{2} \cdot \left(S_{HKN} + S_{KNL}\right) = \frac{\sqrt{15}}{6} \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 16 + \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 16\right) = \frac{\sqrt{15}}{6} \cdot 8\sqrt{3} = \frac{\sqrt{5} \cdot 3 \cdot 2 \cdot 4}{3 \cdot 2} =$

$= 4\sqrt{5}$

Ответ: $SK = 2\sqrt{3}$; $SL = \sqrt{46}$; $V = 4\sqrt{5}$

3. $p(x) = x^2 + 3x + 2$ $\quad \left(1 - \frac{2}{p(1)}\right)\left(1 - \frac{2}{p(2)}\right) \cdot \ldots \cdot \left(1 - \frac{2}{p(2022)}\right)$

$p(x) = x^2 + 3x + 2 = (x+2)(x+1)$

$\frac{1}{p(x)} = \frac{1}{(x+2)(x+1)} = \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2}$

$1 - \frac{2}{p(x)} = \frac{p(x) - 2}{p(x)} = \frac{x^2 + 3x}{(x+1)(x+2)} = \frac{x(x+3)}{(x+1)(x+2)}$

$\left(1 - \frac{2}{p(1)}\right)\left(1 - \frac{2}{p(2)}\right) \cdot \ldots \cdot \left(1 - \frac{2}{p(2022)}\right) = \frac{1 \cdot 4}{2 \cdot 3} \cdot \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 4} \cdot \frac{3 \cdot 6}{4 \cdot 5} \cdot \frac{4 \cdot 7}{5 \cdot 6} \cdot \ldots \times$

$\times \frac{2022 \cdot 2025}{2023 \cdot 2024} = \frac{1}{3} \cdot 2025 = 675$

Ответ: 675.

1). $S_n = \frac{1}{2!} + \frac{2}{3!} + \ldots + \frac{n}{(n+1)!}$ $\qquad 2023! \cdot (S_{2022} - 1) - ?$

$S_n = \frac{1}{2!} + \frac{2}{3!} + \frac{3}{4!} + \ldots + \frac{n}{(n+1)!} = \frac{(n+1)! - 1}{(n+1)!}$ докажем по индукции

1) Пусть $n = 1$

$\frac{1}{2!} = \frac{2! - 1}{2!} = \frac{1}{2}$ для n верно докажем для $n+1$

5. Дано:

$\angle NMK = 60^\circ$

$MK = KL = LN = NM = 4$

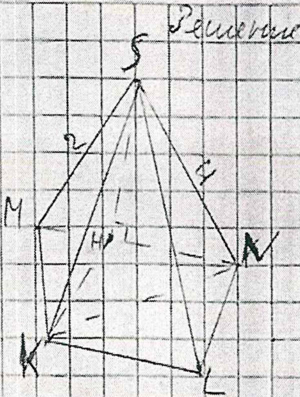
$SM = 2 \quad SN = 4$

$SMNLK$ - пирамида

$V \to max \quad V - ?$

$SK - ? \quad SL - ?$

Решение:



Перпендикуляр к MK с точки S больше либо равен высоты (направ пирамиды $\Rightarrow$

Объём максимальна когда SH высота пирамиды.

По теореме Герона для $\triangle SMK$

$\left(\cancel{\sqrt{5(5-4)(5-4)(5-2)} = \frac{1}{2} SH \cdot 4}\right.$

$\left.\cancel{SH = \frac{\sqrt{5 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 3}}{2} = \frac{6 \cdot 4 \cdot 2\sqrt{5}}{2} = 12\sqrt{5}}\right)$

$\sqrt{5(5-4)(5-4)(5-2)} = \frac{1}{2} SH \cdot 4$

$SH = \frac{\sqrt{5 \cdot 3}}{2} = \frac{\sqrt{15}}{2}$

По теореме Пифагора для $\triangle MSH$:

$MH = \sqrt{4 - \frac{15}{4}} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$

По теореме косинусов для $\triangle MHN$

$NH = \sqrt{16 + \frac{1}{4} - 2 \cdot 16 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}} = \sqrt{16 + \frac{1}{4} - 8} = \sqrt{\frac{33}{4}} = \frac{\sqrt{33}}{2}$

$S\cancel{K} = \sqrt{\frac{15}{4} + \frac{33}{4}} = \sqrt{\frac{48}{4}} = \frac{4\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$

$HK = 4 - \frac{1}{2} = \frac{7}{2}$

$NK = \sqrt{16 + 16 - 2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot \frac{1}{2}} = \sqrt{16} = 4 \Rightarrow \triangle MNK$ и $\triangle NKL$ равносторонние.

$\angle MKL = 120^\circ$

По теореме косинусов для $\triangle HNL$:

$\left(\cancel{HL = \sqrt{\frac{49}{4} + 16 - \frac{1}{2} \cdot \frac{7}{2} \cdot 4 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)} = \sqrt{\frac{49}{4} + 16 - \frac{7}{2}} = \sqrt{\frac{127}{4}} = \frac{\sqrt{127}}{2}}\right)$

$$\underbrace{\frac{1}{2!}+\frac{2}{3!}+\dots+\frac{n}{(n+1)!}}+\frac{n+1}{(n+2)!}=\frac{(n+2)!-1}{(n+2)!}$$

$$\frac{(n+1)!-1}{(n+1)!}+\frac{n+1}{(n+2)!}=\frac{(n+2)!-1}{(n+2)!}$$

$$\frac{(n+1)!\cdot(n+2)-n-2}{(n+2)!}+\frac{n+1}{(n+2)!}=\frac{(n+2)!-1}{(n+2)!}$$

$$\frac{(n+2)!-1}{(n+2)!}=\frac{(n+2)!-1}{(n+2)!} \quad \text{ч.т.д.}$$

$$S_{2022}=\frac{2023!-1}{2023!}$$

$$2023!\cdot(S_{2022}-1)=2023!\cdot\frac{2023!-1}{2023!}-2023!=2023!-1-2023!=-1$$

Ответ: -1

~~2)~~ $2+\cos^2 x+\cos 4x+\cos 2x+2\sin 3x\cdot\sin 7x+\sin^2 7x=\cos^2\frac{\pi k}{2022}$

$2\sin 3x\sin 7x=\cos(\cancel{7x}-3x)-\cos(7x+3x)=\cancel{\cos}4x-\cos 10x$