Лесто для скобы

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА ВУЗОВ ТОМСКОЙ ОБЛАСТИ «ОРМО»

020132

Шифр

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

1.	Предмет	МАТЕМАТИКА
2.	Вариант	1
3.	Класс	11
4.	Фамилия	БАРЫШНИКОВ
	Имя	ЕГОР
	Отчество	ДЕНИСОВИЧ
5.	Дата рождения	25 (Число) 01 (Месяц) 2002 (Год)
6.	Регион *(пр: Томская обл., Алтайский край)*	ИРКУТСКАЯ ОБЛАСТЬ
7.	Вид муниципального образования *(пр: село, город, пгт, деревня)*	ГОРОД
8.	Населенный пункт *(пр: Томск, Кемерово, Асино)*	БРАТСК
9.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь	МБОУ „Лицей №2"

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e–mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись Бар

10.	Контактный телефон	89149225040
11.	e- mail	gugush284@gmail.com
12.	Профиль в вк	https://vk.com/ bed2501
13.	Документ, удостоверяющий личность	2515 (серия) 192276 (номер) Отделом УФМС России по Иркутской (кем и когда выдан) области в гор. Братске (кем и когда выдан)
14.	Из числа лиц с ограниченными возможностями по здоровью (инвалид) (да/нет)	НЕТ
15.	Сирота (да/нет)	НЕТ
16.	Победитель или призер олимпиады прошлого года (да/нет)	НЕТ

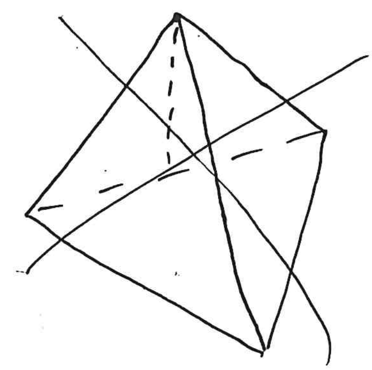
то для
обы

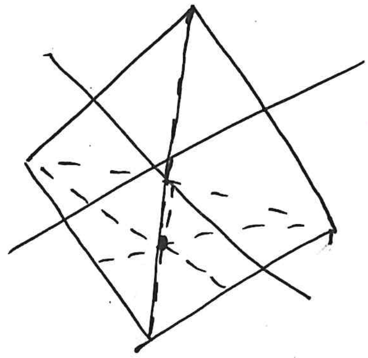
Шифр 020132

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

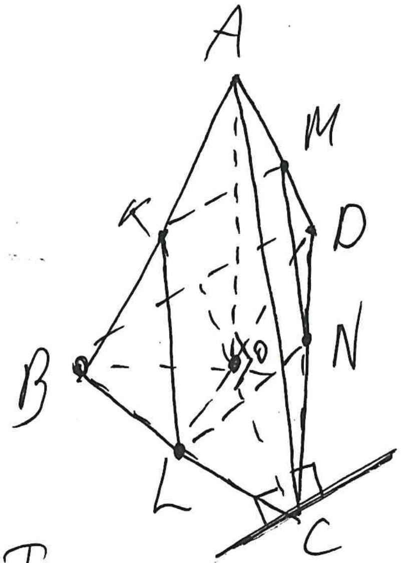
Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
25		Емельянова	[illegible]

№5.





1	2	3	4	5	Σ
6	-	7	5	7	25



Дано:
KLMN – квадрат и сечение.
ABCD – правильная треугольная пирамида
$BC = a$
$KL = b$
V – ?

Решение:

$V = \frac{1}{3} \cdot h \cdot S_{осн} = \frac{1}{3} h \cdot \frac{\sqrt{3}a^2}{4}$ +

Найдем h:

$h = AO = \sqrt{AC^2 - OC^2}$ из $\triangle AOC$

$\triangle ACL \sim BKL$ (KL отсекает подобный Δ, т.к $KL \parallel AC$)

$KL \parallel AC$, т.к $KL \perp KM$, ~~т~~ $AC \perp BD$ по теореме о трех пер-~~ах~~, а $KM \parallel BD$.

го для
обы

Шифр 020132

Из подобия получаем:

$$\frac{AC}{KL} = \frac{BC}{BL} \Rightarrow AC = \frac{BC \cdot KL}{BL} = \frac{BC \cdot KL}{(BC - CL)}$$

$CL = b$, т.к. $\triangle CLN \sim \triangle BDC$ ($LN \parallel BD$), а BCD — правильный $\Rightarrow CL = LN$.

$$AC = \frac{a \cdot b}{(a-b)}, \quad OC = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}a}{2} = \frac{\sqrt{3}a}{3}$$ по свойству медиан

$OC = \frac{a}{\sqrt{3}}$

$$h = \sqrt{\left(\frac{ab}{a-b}\right)^2 - \left(\frac{a}{\sqrt{3}}\right)^2} = \sqrt{\frac{a^2b^2}{(a-b)^2} - \frac{a^2}{3}} = a\sqrt{\frac{b^2}{(a-b)^2} - \frac{1}{3}}$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{\frac{b^2}{(a-b)^2} - \frac{1}{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}a^2}{4} = \frac{\sqrt{3}}{12} \cdot \sqrt{\frac{b^2}{(a-b)^2} - \frac{1}{3}} \cdot a^3$$

Ответ: $V = \frac{1}{12} \cdot \sqrt{\frac{3b^2}{(a-b)^2} - 1} \cdot a^3$

N3

$$2019 \cdot \sqrt[3]{3{,}5x - 2{,}5} + 2018 \cdot \log_2(3x-1) + m = 2020$$

m — ?

$x \in [1; 3]$

$f(x) = \sqrt[3]{3{,}5x - 2{,}5}$ — возр. $\Rightarrow f(x) = 2019 \cdot \sqrt[3]{3{,}5x - 2{,}5}$ — возр. мон.

$g(x) = \log_2(3x-1)$ — возр. мон. $\Rightarrow g(x) = 2018 \cdot \log_2(3x-1)$ — возр. мон.

$y = f(x) + g(x)$ — возр. мон.

$y + m = 2020$, то есть $y + m = const$, если $y\uparrow$, то $m\downarrow \Rightarrow$

$\Rightarrow \varphi(x) = m$ — убывающая на всем промежутке $(\frac{1}{3}; \infty) \Rightarrow$

$\Rightarrow$ Каждому значению x соот-ет одно значение m.

Подставим значения x:

$x = 1$

$$2019 \cdot \sqrt[3]{3{,}5 - 2{,}5} + 2018 \cdot \log_2(3-1) + m = 2020$$

$$m + 2019 \cdot \sqrt[3]{1} + 2018 \cdot \log_2 2 = 2020$$

$$m + 2019 + 2018 = 2020$$

$$m = 2020 - 2019 - 2018 = 1 - 2018 = -2017$$

то для
обы

Шифр 020132

$x=3$

$2019\cdot\sqrt[3]{3\cdot 3{,}5-2{,}5}+2018\cdot\log_2(3\cdot3-1)+m=2020$

$2019\cdot\sqrt[3]{10{,}5-\cancel{3{,}5}}+2018\cdot\log_2 8+m=2020$

$2019\cdot\sqrt[3]{8}+2018\cdot 3+m=2020$

$2019\cdot 2+2018\cdot 3+m=2020$

$m=2020-2019\cdot 2-2018\cdot 3=-(2019\cdot 2+2018\cdot 3-2020)=$

$=-(4038+6054-2020)=-8072$

Ответ: $m\in[-8072;-2017]$.

N1.

$(x-y)^2+(y-2\sqrt{x}+2)^2=\frac{1}{2}$

Нас просят найти хотя бы одно решение данного уравнения. Обратим внимание на часть $\boxed{y-2\sqrt{x}+2}$, при $x=1$ $y-2\sqrt{x}+2=y$. Проверим существует ли y, удовлетворяющее уравнению при $x=1$.

$(1-y)^2+(y-2\sqrt{1}+2)^2=\frac{1}{2}$

$(1-y)^2+y^2=\frac{1}{2}$

$1-2y+y^2+y^2=\frac{1}{2}$

$1-2y+2y^2=\frac{1}{2}$

$2-4y+4y^2=1$

$4y^2-4y+1=0$

$(2y-1)^2=0$

$2y-1=0$

$y=\frac{1}{2}$.

Проверка при $(1;\frac{1}{2})$:

$(1-\frac{1}{2})^2+(\frac{1}{2}-2\sqrt{1}+2)^2=(\frac{1}{2})^2+(\frac{1}{2})^2=$

$=2\cdot\frac{1}{4}=\frac{1}{2}$ #

Ответ: $\begin{cases}x=1\\ y=\frac{1}{2}\end{cases}$.

то для
обы

Шифр 020132

№4.

Дано:
$a<1$
$b<1$
$c<1$
$a+b+c \geqslant \frac{1}{2}$

~~Найти~~ Док-ть
$(1-a)(1-b)(1-c) \leqslant \frac{125}{216}$

Док-во:
~~$\begin{cases} a \geqslant -1 \\ b \geqslant -1 \\ c \geqslant -1 \end{cases}$, т.к. если $a \leqslant$, то $b+c=-a+\frac{1}{2}$, чтобы выполнить условие $b+c \geqslant$~~

$$\frac{125}{216} = \left(\frac{5}{6}\right)^3$$

$$(1-a)(1-b)(1-c) \leqslant \left(\frac{5}{6}\right)^3$$

$\begin{cases} \frac{5}{6} = 1-a \\ \frac{5}{6} = 1-b \\ \frac{5}{6} = 1-c \end{cases}$, т.к. иначе в одной из скобок окажется

$1-a=2,5$, или $1-a=\frac{5}{4}$, или т.п. $\Rightarrow a=-1,5$, $a=-0,25$ или т.п.

$1-a$	$1-b$	$1-c$	a	b	c	сумма
$\frac{5}{6}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$ +
$\frac{5}{2}$	$\frac{5}{18}$	$\frac{5}{6}$	$-\frac{3}{2}$	$\frac{13}{18}$	$\frac{1}{6}$	$-\frac{11}{18}$
5	$\frac{5}{18}$	$\frac{5}{12}$	-4	$\frac{13}{18}$	$\frac{7}{12}$	$-\frac{107}{46}$

И так далее. При одном из знаменателей меньше 6 условие $\boxed{a+b+c \geqslant \frac{1}{2}}$ не выполняется, т.к мы получаем отрицательное число больше по модулю, чем 1. Если же попытаться перенести одну из 5 из числителя в другую скобку, то мы получаем число больше 1.

Если мы пытаемся домножить одну из скобок на число >0, то не выполняется одно из условий, т.к. ~~либо~~ либо сокращается со знаменателем ~~либо~~ и

то для
обы

Шифр 20132

сумма $a+b+c \leq \frac{1}{2}$ ~~либо~~, либо ~~(серии умножении~~ получается отрицательное число, большее по модулю

Получаем только случаи:

~~a b c~~

$1-a$	$1-b$	$1-c$
0	0	$\frac{125}{216}$
0	$\frac{5}{6}$	$\frac{25}{36}$
$\frac{5}{6}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{5}{6}$

или другие их комбинации для равенства. При этом мы выясним, что, увеличивая числитель или уменьшая знаменатель, мы теряем условие, данное изначально. Следовательно других случаев не существует. #.

Стр. 6.