07442

Шифр

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА «ОРМО»
ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

…мет	Математика
…ант	1
…	10И
…лия	БАБЕНКО
	ВЕРА
…тво	СЕРГЕЕВНА
…рождения	13 (Число) 10 (Месяц) 2006 (Год)
…а	РФ
…н *(пр: Томская обл., …инградская область)*	Новосибирская область
…ниципального образования *(…п, деревня, село, город)*	город
…енный пункт *(пр: Томск, …ово, Псков)*	Карасук
…е наименование …овательного учреждения, …ром Вы обучаетесь в …е время	МБОУ технического лицея № 176 Карасукского района Новосибирской области

…асие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e–mail …зультатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись ____________

1	2	3	4	5
7	0	7	7	0

Шифр 07442

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
21 б	30.03.23	Галушина	

3. $\frac{a+b-c}{2c}+\frac{b+c-a}{2a}+\frac{a+c-b}{2b}\geqslant\frac{3}{2}$

$\frac{a+b-c}{2c}+\frac{b+c-a}{2a}+\frac{a+c-b}{2b}=\frac{1}{2}\left(\frac{a+b-c}{c}+\frac{b+c-a}{a}+\frac{a+c-b}{b}\right)$

$=\frac{1}{2}\left(\frac{a}{c}+\frac{b}{c}-1+\frac{b}{a}+\frac{c}{a}-1+\frac{a}{b}+\frac{c}{b}-1\right)=\frac{1}{2}\left(\left(\frac{a}{c}+\frac{c}{a}\right)+\left(\frac{b}{c}+\frac{c}{b}\right)+\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\right)-\right.$

$\left.-3\right)$

Зная, что $a+\frac{1}{a}\geqslant 2$ получаем

7 б

$\frac{a}{c}+\frac{c}{a}\geqslant 2$

$\frac{b}{c}+\frac{c}{b}\geqslant 2$

$\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\geqslant 2$, тогда

$\frac{1}{2}\left(\left(\frac{a}{c}+\frac{c}{a}\right)+\left(\frac{b}{c}+\frac{c}{b}\right)+\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\right)-3\right)\geqslant\frac{1}{2}\left(2+2+2-3\right)\geqslant\frac{3}{2}$ т.д.

4. $x_1^4+x_2^4=(x_1^2+x_2^2)^2-(x_1\cdot x_2)^2=\left((x_1+x_2)^2-2x_1x_2\right)^2-2(x_1\cdot x_2)^2$

По теореме Виета:

$\left.\begin{array}{l} x_1\cdot x_2=c \\ x_1+x_2=-b \end{array}\right| \Rightarrow \begin{array}{l} x_1\cdot x_2=-\frac{1}{2p^2} \\ x_1+x_2=-p \end{array}$

$\left((x_1+x_2)^2-2x_1x_2\right)^2-2(x_1x_2)^2=\left(p^2-\frac{1}{p^2}\right)^2-\frac{1}{2p^4}=p^4+2+\frac{1}{p^4}-\frac{1}{2p^4}=$

$=p^4+\frac{1}{2p^4}+2$

7 б

Докажем, что $p^4+\frac{1}{2p^4}+2\geqslant\sqrt{2}+2$

$a+b\geqslant 2\sqrt{ab}$ – неравенство о средних скобы

Шифр 07442

$p^4 + \frac{1}{2p^4} \geqslant 2\sqrt{\cancel{p^4} \cdot \frac{1}{2\cancel{p^4}}}$

$p^4 + \frac{1}{2p^4} \geqslant 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$

$p^4 + \frac{1}{2p^4} \geqslant \sqrt{2}$ ч.т.д.

1. $y^2(y-x+2) - y(x+4) + 5x + 7 = 0$

$y^3 - xy^2 + 2y^2 - yx - 4y + 5x + 7 = 0$

$y^3 + 2y^2 - 4y + 7 = xy^2 + xy - 5x$

$y^3 + 2y^2 - 4y + 7 = x(y^2 + y - 5)$

$x = \frac{y^3 + 2y^2 - 4y + 7}{y^2 + y - 5} = (y+1) + \frac{12}{y^2+y-5}$ => Знаменатель может быть равен: $\pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 4; \pm 6; \pm 12$

$$\begin{array}{l|l} y^3 + 2y^2 + 4y + 7 & y^2 + y - 5 \\ \hline y^3 + y^2 - 5y & y + 1 \\ \quad y^2 + y + 7 & \\ \quad y^2 + y - 5 & \\ \hline \qquad 12 & \end{array}$$

$y^2 + y - 5 = k$

$y^2 + y - (5+k) = 0$

$D = 1 + 4(5+k) = 21 + 4k \Rightarrow k = 1$ и $k = -3$

1) $y^2 + y - 5 = 1$

$y^2 + y - 6 = 0$

$D = 1 + 24 = 25$

$\left[\begin{array}{l} y = \frac{-1+5}{2} = 2 \\ y = \frac{-1-5}{2} = -3 \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} x = \frac{15}{1} = 15 \\ x = \frac{10}{1} = 10 \end{array}\right.$

2) $y^2 + y - 5 = -3$

$y^2 + y - 2 = 0$

$D = 1 + 8 = 9$

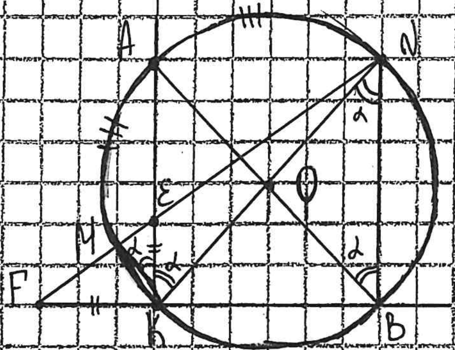
скобы

Шифр 07442

$$\left[\begin{array}{l} y = \dfrac{-1+3}{2} = 1 \\ y = \dfrac{-1-3}{2} = -2 \end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l} x = -2 \\ x = -5 \end{array}\right.$$

Ответ: $(15; 2), (10; -3), (-2; 1), (-5; -2)$

5.



Дано: $\triangle MNK$ - вписанный

R - радиус окр.

$KE \cap MN = E$

$KF \cap MN = F$

$KE = KF$

Док-ть:

$MK^2 + NK^2 = 4R^2$