

Место для скобы

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА «ОРМО»
ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа


03680

Шифр

1.	Предмет	Математика																					
2.	Вариант	1																					
3.	Класс	9.11"																					
4.	Фамилия	Б	А	Б	Е	Н	К	О															
	Имя	В	Е	Р	А																		
	Отчество	С	Е	Р	Г	Е	Е	В	Н	А													
5.	Дата рождения	1	3																				
		Число		Месяц		Год																	
6.	Страна																						
7.	Регион (пр: Томская обл., Калининградская область)	Новосибирская область																					
8.	Вид муниципального образования (пр: пгт, деревня, село, город)	пгт																					
9.	Населенный пункт (пр: Томск, Кемерово, Псков)	Карасук																					
10.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь в данное время	МБОУ технический лицей №76																					

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e-mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись



Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
17		Евменева	Ев

$$\begin{aligned}
 4. \quad P &= (a^2 + b^2 + c^2)(x^2 + y^2 + z^2) - (ax + bz)^2 - (by + cx)^2 - (cz - ay)^2 = \\
 &= \cancel{a^2x^2} + \cancel{a^2y^2} + a^2z^2 + \cancel{b^2x^2} + \cancel{b^2y^2} + \cancel{b^2z^2} + \cancel{c^2x^2} + c^2y^2 + \cancel{c^2z^2} - \cancel{a^2x^2} - \cancel{b^2z^2} - \\
 &\quad - 2axbz - \cancel{b^2y^2} - \cancel{c^2x^2} - 2bycx - \cancel{c^2z^2} - \cancel{a^2y^2} + 2cza y = \\
 &= a^2z^2 + b^2x^2 + c^2y^2 - 2axbz - 2bycx + 2cza y = \\
 &= (az + cy - bx)^2 \quad \text{т.м.г.}
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r}
 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \\
 2 \ -3 \ 7 \ - \ 17
 \end{array}$$

$$3. \quad g(x - y) = 2022(g(x) + g(y)) - 2021xy$$

1 случай: Пусть $x = 2022$, а $y = 0$, тогда

$$g(2022 - 0) = 2022(g(2022) + g(0)) - 2021 \cdot 2022 \cdot 0$$

$$g(2022) = g(2022) \cdot 2022 + g(0) \cdot 2022$$

$$g(2022) \cdot 2021 + g(0) \cdot 2022 = 0$$

$$g(2022) = -\frac{g(0) \cdot 2022}{2021}$$

2 случай: Пусть x не изменится, а $y = 0$, тогда

$$g(x - 0) = 2022(g(x) + g(0)) - 2021 \cdot x \cdot 0$$

$$g(x) = g(x) \cdot 2022 + g(0) \cdot 2022$$

$$g(x) \cdot 2021 + g(0) \cdot 2022 = 0$$

$$g(x) = -\frac{g(0) \cdot 2022}{2021}$$

$$g(2022) = g(x)$$

Ответ: Равенство выполняется для любых x, y , если

$$g(x) = 0$$

$$1. \quad x \in \mathbb{Z}$$

$$y \in \mathbb{Z}$$

$$c \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Пусть } x + 2019 = c, \text{ тогда } \begin{cases} x + 2020 = c + 1 \\ x + 2021 = c + 2 \end{cases}$$

$$c(c+1) + (c+1)(c+2) + c(c+2) = y^2$$

$$c^2 + c + c^2 + 3c + 2 + c^2 + 2c = y^2$$

$$3c^2 + 6c + 2 = y^2$$

При делении $3c^2 + 6c + 2$ на 3 будет остаток, из этого следует, что при делении y^2 на 3 тоже будет остаток 2

Рассмотрим разные случаи:

$$1. \quad y = 3n :$$

$$y^2 = 9n^2 : 3$$

$$2. \quad y = 3n + 1$$

$$y^2 = \underbrace{9n^2 + 6n + 1}_{:3} \quad (\text{при делении данного выражения на 3 будет остаток 1})$$

$$3. \quad y = 3n + 2$$

$$y^2 = 9n^2 + 12n + 4 = \underbrace{9n^2 + 12n + 3}_{:3} + 1 \quad (\text{при делении данного выражения на 3, остаток 1})$$

Ответ: Из записей выше следует, что y^2 при делении на 3 не может иметь остаток 2 \Rightarrow таких чисел x и y не существует.