Место для скобы

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА «ОРМО»
ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

03652

Шифр

1.	Предмет	Математика
2.	Вариант	1
3.	Класс	11
4.	Фамилия	АСТАФЬЕВ
	Имя	ЯРОСЛАВ
	Отчество	КОНСТАНТИНОВИЧ
5.	Дата рождения	Число: 11; Месяц: 03; Год: 2005
6.	Страна	Российская Федерация
7.	Регион *(пр: Томская обл., Калининградская область)*	Новосибирская область
8.	Вид муниципального образования *(пр: пгт, деревня, село, город)*	город
9.	Населенный пункт *(пр: Томск, Кемерово, Псков)*	Карасук
10.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь в данное время	МБОУ технический лицей №176

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e–mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись ________

Шифр 03652

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
28		Емельянова	Емел

1	2	3	4	5	Σ
7	1	7	7	6	28

№1

$2022! \cdot (S_{2021} - 1)$ $S_n = \frac{1}{2!} + \frac{2}{3!} + \ldots \frac{n}{(n+1)!}$

$\frac{n}{(n+1)!} = \frac{1}{n!} - \frac{1}{(n+1)!}$

Заметим закономерность

$\frac{1}{2!} = \frac{1}{1!} - \frac{1}{2!}$

Построим ряд небольшой

$\frac{1}{2!} = \frac{1}{2}$ $\frac{1}{1!} - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

$\frac{1}{1!} - \cancel{\frac{1}{2!}} + \cancel{\frac{1}{2!}} - \cancel{\frac{1}{3!}} + \cancel{\frac{1}{3!}} - \frac{1}{4!} \ldots \frac{1}{n!} - \frac{1}{n+1!}$ $\frac{2}{3!} = \frac{1}{2!} - \frac{1}{3!}$

$1 - \frac{1}{(n+1)!}$ $S_{2021} = 1 - \frac{1}{(2021+1)!}$ $\frac{2}{6} = \frac{1^{3}}{2} - \frac{1}{6} = \frac{2}{6}$

$\cancel{2022!} \cdot \left(\cancel{1} - \frac{1}{\cancel{2022!}} \cancel{-1}\right) = -1$

Ответ: -1

№4

$\frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ac}$

$a^3 - 2022a^2 + 1011 = 0$

$b^3 - 2022b^2 + 1011 = 0$

$y^3 + my^2 + ny + d = 0$ $c^3 - 2022c^2 + 1011 = 0$

$(y - y_1)(y - y_2)(y - y_3)$ $y^3 - 2022y^2 + 1011 = 0$ – общий вид уравнения у которого a, b, c – решения

$a = y_1$ $c = y_3$

$b = y_2$

Место для скобы

Шифр 03652

$y^3 - 2022y^2 + 1011 = (y^2 - y\cdot y_2 - y\cdot y_1 + y_1\cdot y_2)(y - y_3)$

$\cancel{y^3 - y_3\cdot y - y^2\cdot y_2 + y\cdot y_2\cdot y_3 - y^2\cdot y_1 + y\cdot y_1\cdot y_3 - y_1\cdot y_2\cdot y_3 =}$

$\cancel{y^3 - y\cdot y_3 - y^2\cdot y_2 + y\cdot y_2\cdot y_3 - y^2\cdot y_1 + y\cdot y_1\cdot y_3 - y_1\cdot y_2\cdot y_3 =}$

$(y^2 - y\cdot y_2 - y\cdot y_1 + y_1\cdot y_2)\cdot(y - y_3) = \cancel{(y^3 - y^2\cdot y_3 - y^2 + y\cdot y_3)}$

$y^3 - y^2\cdot y_3 - y^2\cdot y_2 + y\cdot y_2\cdot y_3 - y^2\cdot y_1 + y\cdot y_1\cdot y_3 + y\cdot y_1\cdot y_2 - y_1\cdot y_2\cdot y_3 =$

$y^3 - y^2(y_3 + y_2 + y_1) + y(y_2\cdot y_3 + y_1\cdot y_3 + y_1\cdot y_2) - y_1\cdot y_2\cdot y_3 =$

$y^3 - y^2(y_3 + y_2 + y_1) + y(y_2\cdot y_3 + y_1\cdot y_3 + y_1\cdot y_2) - y_1\cdot y_2\cdot y_3 = y^3 + my^2 + ny + d$

$= y^3 - 2022y^2 + 1011 = 0$

$y_3 + y_2 + y_1 = 2022$

$-y_1\cdot y_2\cdot y_3 = 1011$

$\frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ac} = \frac{a+b+c}{abc} = \frac{2022}{-1011} = -2$

Ответ: -2

№3

$p(x) = x^2 + 3x + 2$

$D = 9 - 8 = 1$

$p(x) = (x+1)(x+2)$

$x_{1,2} = \frac{-3 \pm 1}{2} = -1;\ -2$

$1 - \frac{2}{p(x)} = \frac{p(x) - 2}{p(x)}$

$1 - \frac{2}{p(1)} = \frac{6-2}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

$\frac{p(x) - 2}{p(x)} = \frac{x(x+3)}{(x+1)(x+2)}$

$\left(\frac{2}{3}\right)\cdot\left(\cancel{1-}\ \frac{12-2}{12}\right) = \frac{2}{3}\cdot\frac{5}{6} = \frac{10}{18} = \frac{5}{9} =$

скобы

Шифр 03652

$$\frac{1\cdot 4}{2\cdot 3}\cdot\frac{2\cdot 5}{3\cdot 4}\cdot\frac{3\cdot 6}{4\cdot 5}\cdot\ldots\cdot\frac{2024\cdot 2021}{2022\cdot 2023}$$

→ сократится с предыдущей

2021 сократится с предыдущим и т.д.

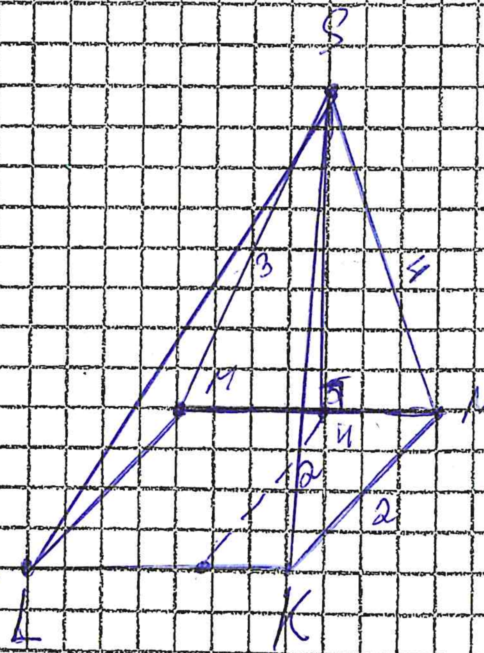
(3 останется неизменна и ни с чем не сократились)

$$\frac{2024}{3\cdot 2022}=$$

$$\frac{1012}{3\cdot 1011}=\frac{1012}{3033}$$

Ответ: $\frac{1012}{3033}$

№5



Дано

MNKL - прямоугольник

MN=3

NK=2

SM=3

SN=4

Найти SK и SL при которых V макс.

V макс - ?

а) Найти

Т.к основание пирамиды одно и то же

=> V зависит от высоты

высота будет максимальной если 1-я

гранней ⊥ MNS ⊥ MNKL ← почему? не обоснованно

Шифр 03652

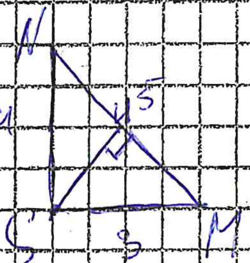
Проведем высоту SH

Рассмотрим $\triangle SMN$

$MN^2 = SM^2 + NS^2$

$MN^2 = 16 + 9$ $\Rightarrow \angle MSN = 90^\circ$

$MN = 5$



$\triangle SHM \sim \triangle SNM$ (по 2 углам)

$\cancel{\frac{MH}{SM} = \frac{SH}{MN} = \frac{SH}{SN}}$

$\frac{SM}{MN} = \frac{MH}{SM} = \frac{SH}{SN}$ $\frac{3}{5} = \frac{SH}{4}$

$SH = \frac{12}{5} = 2{,}4$

Проведем прямую

$MH_1 \perp SH$

Т.к $SMN \perp MNKL \Rightarrow \angle SNK$ и $\angle SML = 90^\circ \Rightarrow$

$SK^2 = 4^2 + 2^2 = 20$ $SK = \sqrt{20}$

$SL^2 = 3^2 + 2^2$ $SL = \sqrt{13}$

$V = \frac{1}{\cancel{3}} \cdot 10 \cdot \frac{\cancel{12}^{4}}{5} = \frac{40}{5} = 8$

Ответ: $SK = \sqrt{20}$; $SL = \sqrt{13}$; $V = 8$.

№2

$4 - \sin^2 x + \cos 9x + \cos 2x + 2\sin 3x \cdot \sin 7x - \cos^2 7x = \cos^2\left(\frac{\pi k}{2021}\right)$

4

Шифр 3652

$4\sin^2 x + \cos^4 x + \cos 2x + 2\sin 3x \cdot \sin 7x - 1 + \sin^2 7x$

$4\sin^2 x + 4\cos^2 x - \sin^2 x + \cos^4 x + \cos 2x + 2\sin 3x \cdot \sin 7x - 1 + \sin^2 7x$

$4\sin^2 x + 4c8 - 4\sin^2 x - \sin^2 x + \cos^4 x - 2 \cdot \sin^2 x \cdot \cos^2 x + \sin^4 x +$

$\cos^2 x - \sin^2 x + 2\sin 3x \cdot \sin 7x - 1 + \sin^2 7x$

$\sin^4 x - 2\sin^2 x + 3 + \cos^4 x + \cos^2 x - 2\sin^2 x \cdot \cos^2 x + 2\sin 3x \cdot \sin 7x$

$+ \sin^2 7x = \sin^4 x - 2\sin^2 x + 3 + 2 - 2\sin^2 x + \sin^4 x + 1 - \sin^2 x$

$- 2\sin^2 x + 2\sin^4 x + 2\sin 3x \cdot \sin 7x - \sin^2 7x = 4\sin^4 x + 7\sin^2 x$

$+ 6 + 2\sin 3x \cdot \sin 7x - \sin 7x +$

$\sin 3x = \sin(x + 2x)$