Место для скобы

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА ВУЗОВ ТОМСКОЙ ОБЛАСТИ «ОРМО»

020686

Шифр

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

1.	Предмет	МАТЕМАТИКА
2.	Вариант	2
3.	Класс	10
4.	Фамилия	АКИМОВ
	Имя	МАКСИМ
	Отчество	ЮРЬЕВИЧ
5.	Дата рождения	Число: 04; Месяц: 03; Год: 2003
6.	Регион *(пр: Томская обл., Алтайский край)*	Томская обл.
7.	Вид муниципального образования *(пр: село, город, пгт, деревня)*	город
8.	Населенный пункт *(пр: Томск, Кемерово, Асино)*	Томск
9.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь	ОГБОУ „ТФТЛ"

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e–mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись Акимов

10.	Контактный телефон	89095450548
11.	e- mail	9.t.n@sibmail.com
12.	Профиль в вк	https://vk.com/ -
13.	**Документ, удостоверяющий личность**	серия: 6917; номер: 748676 Отделом УФМС России по Т.обл. кем и когда выдан 04.04.2017 кем и когда выдан
14.	Из числа лиц с ограниченными возможностями по здоровью (инвалид) (**да/нет**)	нет
15.	Сирота (**да/нет**)	нет
16.	Победитель или призер олимпиады прошлого года (**да/нет**)	нет

Место для скобы

Шифр 020686

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
28 б	18.03.20	Гендрина	[подпись]

Задание 1.

1	2	3	4	5
7	7	7	7	0

$f(x)$ $x^2-10[x]+9=0$. Если $x<0 \to [x]<0 \to -10[x]>0$

~~Тогда x^2~~ т.к. $x^2\geq 0$, $9>0$, $-10[x]>0$ $\Rightarrow f(x)>0 \Rightarrow$

$\Rightarrow f(x)\neq 0$. не подходит. ($x=0$ очевидно не подх. т.к. $0\neq 9$)

I) если $x\geq 10 \to x^2\geq 10x$, т.к. $[x]\leq x \Rightarrow x^2\geq 10[x]$

$\Rightarrow x^2+9>10[x] \Rightarrow x^2+9\neq 10[x] \Rightarrow f(x)\neq 0$.

Значит $x\in(0;10) \Rightarrow [x]\in[0;9] \to$ все целые числа от 0 до 9.

Переберём все 10 вариантов:

7 б

1) $[x]=0 \to x^2+9=0 \Rightarrow \varnothing$

2) $[x]=1 \to x^2-10+9=0 \to x^2=1 \Rightarrow x=1 \to$ подх., т.к. $[1]=1$.

3) $[x]=2 \to x^2-20+9=0 \to x^2=11 \to x=\sqrt{11} \Rightarrow$

$\Rightarrow$ ~~$x>3$~~ $x>\sqrt{9}=3 \to x>3$ – не подх., т.к. $[x]\geq 3\neq 2$ тогда $\varnothing$

4) $[x]=3 \to x^2-30+9=0 \to x^2=21 \to x=\sqrt{21}$

$x>4=\sqrt{16} \Rightarrow [x]\geq 4 \to [x]\neq 3$ $\varnothing$

5) $[x]=4 \to x^2=31 \to x=\sqrt{31} \to x>5 \to [x]\geq 5 \Rightarrow$

$\Rightarrow [x]\neq 4$ $\varnothing$

6) $[x]=5 \to x^2=41 \to x=\sqrt{41} \to x\geq 6 \to [x]=5$ $\varnothing$

7) $[x]=6 \to x^2=51 \to x=\sqrt{51}>7 \Rightarrow [x]\neq 6$ $\varnothing$

Задание 1 (продолжение)

Шифр 020686

8) $[x]=7 \Rightarrow x^2=61 \rightarrow x=\sqrt{61} \rightarrow 7<x<8=\sqrt{64}$
$\Rightarrow [x]$ действительно равен 7 $\rightarrow$ $\boxed{x=\sqrt{61}}$

9) $[x]=8 \Rightarrow x^2=71 \rightarrow x=\sqrt{71}$ $\sqrt{64}<x<\sqrt{81}$
$8<x<9 \Rightarrow [x]$ действительно равен 8 $\rightarrow$
$\rightarrow$ $\boxed{x=\sqrt{71}}$

10) $[x]=9 \Rightarrow x^2=81 \Rightarrow x=9 \rightarrow [x]=9 \Rightarrow$
$\Rightarrow$ подходит. Перебрав все $x\in(0;10)$ и доказав, что $x\leq0$ и $x\geq10$ не подходят мы нашли все реш-ия. $\boxed{\text{Ответ: } x=1;\ x=\sqrt{61};\ x=\sqrt{71};\ x=9}$

Задание 3.

$f_2(x_1)=ax_1^2+b\cancel{x}x_1+c_2=\underbrace{ax_1^2+bx_1+c_1}_{0}+(c_2-c_1)$
$\Rightarrow f_2(x_1)=c_2-c_1$. Аналогично $\cancel{f_1(x)}$ "$f_1(x_1)=0$, т.к. x_1-корень.
$f_k(x_m)=c_k-c_m$ $(k,m\in\mathbb{N};\ k,m\in[1;2020])$ обобщая:
Заметим, что c_i для $\forall i\in[1;2020]$ встретится один раз со знаком "–" и один раз со знаком "+"
$\Rightarrow$ сумма примет вид: $c_1-c_1+c_2-c_2+\ldots+c_{2020}-c_{2020}$
$\Rightarrow$ все слагаемые сократятся и вся сумма обратится в ноль. $\boxed{\text{ответ: } 0}$

7б

2 из 5

о для
бы

Шифр 020686

Задание 2.

$\boxed{\text{Ответ: 110 минут}}$

Пусть x учеников проверил 1-ый учитель на практике и y учеников на теории. 7б

Тогда второй учитель проверил $(25-x)$ на практике и $(25-y)$ на теории.

Тогда первый учитель потратил $T_1 = 5x+7y$

А второй $T_2 = (25-x)\cdot 3 + (25-y)\cdot 4 = -3x-4y+175 = T_2$

Получаем 2 функции T_1 и T_2.

Нам нужно найти минимум наибольшей из этих функций. По формуле $\max(f_1;f_2) = \frac{|f_1+f_2|+|f_1-f_2|}{2}$ подставляя $f_1 = T_1$ $f_2 = T_2$, получаем:

$\max(T_1;T_2) = 5x+7y = T_1$

~~Приведём пример на 110 минут:~~

$\cancel{5x+7y = 110 \Rightarrow x = 13 \quad y = 5 \rightarrow T_1}$

$\cancel{T_2 = -20 - 39 + 175 = 175 - 59 = 116 > 1}$

Максимизируя T_1 я получаем $T_{max} = 110$ минут

Пример: $x = 13$; $y = 5$.

о для
бы

Шифр 020686

Задание 4.

$(a+b)(ab+505^2) \geq 2020\ ab$

$2020 = 505 \cdot 4$

~~Пусть 505 = x~~

$(a+b)(ab+x^2) \geq 4x \cdot ab$

По нер-ву о средних: $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} \to \frac{(a+b)^2}{4} \geq ab$

$a+b \geq 2\sqrt{ab}$

можем уменьшить левую часть, а именно скобку $(a+b)$ заменив её на $2\sqrt{ab}$ (нер-во о ср.)

(1) $2\sqrt{ab}\,(ab+505^2) \geq 2020\,ab$

$ab + 505^2 \geq \cancel{1001}\ 1010\sqrt{ab}$

$ab - 1010\sqrt{ab} + 505^2 \geq 0$

$(\sqrt{ab} - 505)^2 \geq 0 \to$ ч.т.д. Поскольку все переходы равносильны, т.е. мы уменьшили левую часть и она все равно оказалась $\geq$ правой части $\to$ исходное нер-во также доказано.

Полная цепочка равносильных переходов:

$(a+b)(ab+505^2) \geq 2\sqrt{ab}\,(ab+505^2) \geq 2020\sqrt{ab}\cdot\sqrt{ab}$

нер-во о средних

доказано выше (1)

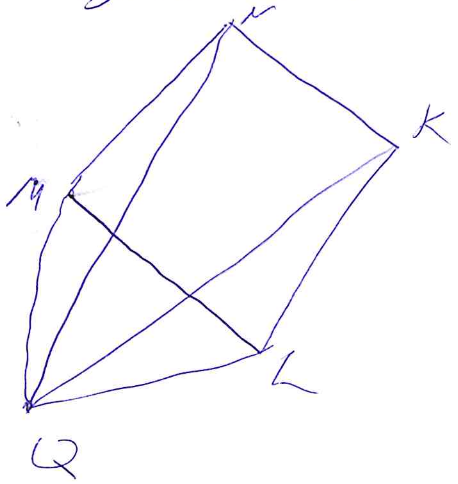
М б

4 из 5

о для
бы

Шифр 20686

Задание 5.



0 б

5 из 5