Место для скобы

019589

Шифр

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА ВУЗОВ ТОМСКОЙ ОБЛАСТИ «ОРМО»

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

1.	Предмет	Математика
2.	Вариант	1
3.	Класс	8
4.	Фамилия	АГАВЕРДИЕВ
	Имя	СЕРГЕЙ
	Отчество	МАКСИМОВИЧ
5.	Дата рождения	18 (Число) 02 (Месяц) 2005 (Год)
6.	Регион *(пр: Томская обл., Алтайский край)*	Иркутская область
7.	Вид муниципального образования *(пр: село, город, пгт, деревня)*	Город
8.	Населенный пункт *(пр: Томск, Кемерово, Асино)*	Иркутск
9.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь	МБОУ г. Иркутска лицей №1.

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e–mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись ________

10.	Контактный телефон	89021745017
11.	e- mail	ica.ica155@mail.ru
12.	Профиль в вк	https://vk.com/
13.	**Документ, удостоверяющий личность**	2519 (серия) 652975 (номер) ГУ МВД России по Иркутской области (кем и когда выдан) 22.03.2019 - дата выдачи (кем и когда выдан)
14.	Из числа лиц с ограниченными возможностями по здоровью (инвалид) (**да/нет**)	Нет
15.	Сирота (**да/нет**)	Нет
16.	Победитель или призер олимпиады прошлого года (**да/нет**)	Нет

Место для скобы

Шифр 019589

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
23	11.03.20	Корякина Е.Е.	[illegible]

№4.

Дано:

a, b, c – любые числа

Док-ть:

$a^2+b^2+c^2 \geq ab-bc+ca$

Док-во:

$(a-b)^2 \geq 0$ при любых a и $b \Rightarrow a^2-2ab+b^2 \geq 0 \Rightarrow a^2+b^2 \geq 2ab$

$(a-c)^2 \geq 0$ при любых a и $c \Rightarrow a^2-2ac+c^2 \geq 0 \Rightarrow a^2+c^2 \geq 2ac$

$(b+c)^2 \geq 0$ при любых b и $c \Rightarrow b^2+2bc+c^2 \geq 0 \Rightarrow b^2+c^2 \geq -2bc$

$\Rightarrow$ $a^2+b^2 \geq 2ab$

$a^2+c^2 \geq 2ac$

$b^2+c^2 \geq -2bc$

1	2	3	4	5	Σ
7	5	4	7	0	23

Сложим эти неравенства:

$(a^2+b^2)+(a^2+c^2)+(b^2+c^2) \geq (2ab)+(2ac)-(2bc)$

$a^2+b^2+a^2+c^2+b^2+c^2 \geq 2ab+2ac-2bc$

$2a^2+2b^2+2c^2 \geq 2ab+2ac-2bc$

$2(a^2+b^2+c^2) \geq 2(ab+ac-bc) \Rightarrow$

$\Rightarrow$ $2(a^2+b^2+c^2) \geq 2(ab-bc+ac) \mid : 2 \neq 0$

$a^2+b^2+c^2 \geq ab-bc+ac \Rightarrow$

$\Rightarrow$ Для любых чисел a, b, c выполняется неравенство $a^2+b^2+c^2 \geq ab-bc+ca$ (ч.т.д.)

+

Шифр 019589

№ 1.

Дано:

$(x-|x|)^2+x+|x|=2020.$

Найти все решения

$|x|=x$, при $x\geq 0$

и $|x|=-x$, при $x<0$

$\Rightarrow |x|=0$, когда $x=0$

Решение:

$(x-|x|)^2+x+|x|=2020.$

$x^2-2x|x|+(|x|)^2+x+|x|=2020 \Rightarrow$

$(x)^2=(|x|)^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow x^2-2x|x|+x^2+x+|x|=2020 \Rightarrow$

$\Rightarrow 2x^2-2x|x|+x+|x|=2020.$

Решим уравнение методом интервалов.

$x<0$ | $x>0$

$x<0$	$x>0$
$2x^2-2x(-x)+\cancel{x^2}+x-(x)=2020.$	$2x^2-2x(x)+x+x=2020$
$2x^2+2x^2+\cancel{x^2}+x-x=2020$	$2x^2-2x^2+2x=2020$
$2x^2+2x^2+x-x=2020$	$2x=2020$
$4x^2=2020$	$x=1010$
$x^2=505$	$\Rightarrow x\in\{1010\}$
$\Rightarrow x_1=\sqrt{505}$	
$x_2=-\sqrt{505}.$	
но по интервалу $x<0 \Rightarrow x\in\{-\sqrt{505}\}$	$x\in\{1010\}$

$\Rightarrow x\in\{-\sqrt{505}\}\cup\{1010\}$

$\Rightarrow$ Ответ: $x\in\{-\sqrt{505}\}\cup\{1010\}$ +

) для
бы

Шифр 019589

№3.

Дано: $f(x)=x^2+bx+c$ и $g(x)=x^2+ax+d$.

$0<a<b<c<d$.

Решение:

По теореме Виета, для приведённых квадратных уравнений, $x_1+x_2=-b$, где x_1 и x_2 – корни $f(x)=x^2+bx+c$

$x_3+x_4=-a$, где x_1 и x_2 – корни $g(x)=x^2+ax+d$.

Кроме ~~того~~ $b>a$ (по условию) $\Rightarrow -b<-a \Rightarrow$

$\Rightarrow x_1+x_2<x_3+x_4 \Rightarrow x_3+x_4>x_1+x_2$ и $x_3 \cdot x_4>x_1 x_2$

Рассмотрим несколько случаев, когда $f(x)$ и $g(x)$ имеют общий корень.

1) $x_3=x_1$.

Тогда $x_4>x_2$.

$\Rightarrow f(x)=x^2+bx+c$ и $g(x)=x^2+bx+c$

$\Rightarrow x_2=\frac{-b-\sqrt{b^2-4c}}{2}$ и $x_4=\frac{-a-\sqrt{a^2-4d}}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{-b-\sqrt{b^2-4c}}{2}>\frac{-a-\sqrt{a^2-4d}}{2} \Rightarrow -b-\sqrt{b^2-4c}>-a-\sqrt{a^2-4d}$.

$b>a$ по условию $\Rightarrow -b<-a \Rightarrow$ ~~тогда $\sqrt{b^2-4c}>\sqrt{a^2-4d}$~~

тогда $-\sqrt{b^2-4c}>-\sqrt{a^2-4d}$

$\Rightarrow \sqrt{b^2-4c}<\sqrt{a^2-4d} \Rightarrow b^2-4c<a^2-4d \Rightarrow a^2-4d>b^2-4c$

но! $a<b \Rightarrow a^2<b^2$ и $d>c \Rightarrow -d<-c \Rightarrow -4d<-4c$

$\Rightarrow a^2<b^2$ и $-4d<-4c \Rightarrow a^2-4d<b^2-4c$ – это противоречие. $\Rightarrow x_3 \neq x_1$

2) случай: $x_3=x_2$.

$\Rightarrow$ Тогда $x_4>x_1 \Rightarrow x_1=\frac{-b+\sqrt{b^2-4c}}{2}$ и $x_4=\frac{-a-\sqrt{a^2-4d}}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow -a-\sqrt{a^2-4d}>-b+\sqrt{b^2-4c}$ и $-a>-b \Rightarrow a+\sqrt{a^2-4d}<b-\sqrt{b^2-4c} \Rightarrow$

$\Rightarrow a^2-4d\geq 0 \Rightarrow a^2\geq 4d \Rightarrow a^2>b$. $\Rightarrow \sqrt{b^2-4c}<b-a-\sqrt{a^2-4d} \Rightarrow$

$\Rightarrow \sqrt{b^2-4c}<0 \Rightarrow$ это противоречие, так как $\sqrt{a}\geq 0$

) для
бы

Шифр 019589

№3. (продолжение)

$x_3+x_4>x_1+x_2$

3) случай:

$x_4=x_2 \Rightarrow$

Тогда $x_3>x_1$

$\Rightarrow \frac{-a+\sqrt{a^2-4d}}{2} > \frac{-b+\sqrt{b^2-4c}}{2} \Rightarrow \frac{-a+\sqrt{a^2-4d}}{2} > \frac{-b+\sqrt{b^2-4c}}{2} \Big| \cdot 2>0$

$\Rightarrow \sqrt{a^2-4d}-a>\sqrt{b^2-4c}-b$

$a<b \Rightarrow -a>-b \Rightarrow$

Также $a^2<b^2 \Rightarrow a^2-b^2<0$ и $d>c$ по условию

$\Rightarrow -d<-c \Rightarrow -4d<-4c \Rightarrow 4d<-4c$

$\Rightarrow$ Тогда $\sqrt{a^2-4d}-a<\sqrt{b^2-4c}$

противоречие

Таким образом, разобрав все возможные случаи общих корней этих уравнений приходим к выводу, что ~~не~~ $f(x)$ и $g(x)$ не имеют общих корней

Ответ: нет, невозможно

о для
бы

Шифр 19589

№ 2.

Возьмем в ряд числа от 10 до 19.

10; 11; 12; 13; 14; 15; 16; 17; 18; 19; – ~~1 ряд~~ 1 ряд
10 чисел.

1) Тогда убеждаемся, тому, чтобы число удовлетворяло первому условию необходимо, чтобы оно было „удалено" от каждого предыдущего числа, делящегося на 4, на два числа.
В первом ряду это числа 15 и 19. (удовлетворяют 1 условию)
В других рядах (например от 20 до 29) это будут числа: 23 и 27. В следующих рядах это будут числа 31 и 35 ⇒ 39 и 43 ⇒ 47 и 51 и т.д.
Всего чисел удовлетворяющих первому условию:
15; 19; 23; 27; 31; 35; 39; 43; 47; 51; 55; 59; 63; 67; 71; 75; 79; 83; 87; 91;

2) Выберем из них числа, удовлетворяющие второму условию (это числа, неделящиеся на 3) ⇒

⇒ 19; 23; 31; 35; 43; 47; 55; 59; 67; 71; 79; 83; 91; 95.

Из этого ряда нужно выбрать числа, которые при делении на 3 дают остаток = 2.
В эти числа входят число 23 и 35 и 47 ⇒

⇒ можно заметить закономерность (каждое такое число меньше начиная с 11! предыдущего другого числа на 12)

⇒ 23+12=35; 35+12=47; 47+12=59; 59+12=71; 71+12=83; 83+12=95

⇒ ~~Ответ: 35; 47; 59; 71; 83; 95; 23;~~ 11

Ответ: 11; 23; 35; 47; 59; 71; 83; 95

Шифр 19589

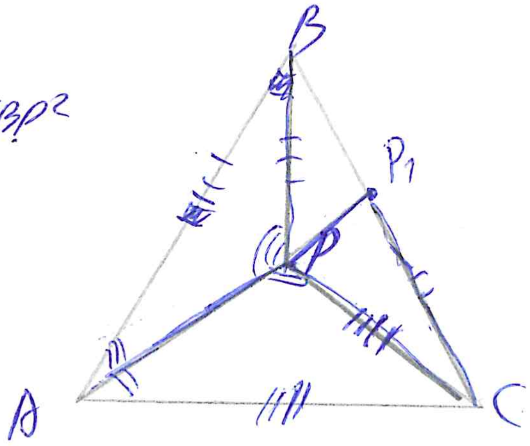
№ 5.

Дано: $\triangle ABC$

$AB^2+PC^2=BC^2+AP^2=AC^2+BP^2$

P-?

Решение:



$\cancel{(BC-PC)^2=AB^2=}$

$AB^2+PC^2=BC^2+AP^2 \Rightarrow AB^2=AP^2+BC^2-AC^2$

$AB^2+PC^2=AC^2+BP^2 \Rightarrow AC^2=AB^2+PC^2-BP^2$

$BC^2+AP^2=AC^2+BP^2 \Rightarrow BC^2=AC^2+BP^2-AP^2$

$\Rightarrow AB^2+AC^2+BC^2=\cancel{AP^2}+BC^2-\cancel{AC^2}+AB^2+PC^2-\cancel{BP^2}+\cancel{AC^2}+\cancel{BP^2}-\cancel{AP^2}$

$\Rightarrow AB^2+AC^2+BC^2=BC^2+AB^2+BC^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow AC^2=PC^2 \Rightarrow AC=PC$

$\Rightarrow AB^2+PC^2=AC^2+BP^2 \Rightarrow AB^2+AC^2=\cancel{AC^2}+BP^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow AB^2=BP^2 \Rightarrow AB=BP$

$\Rightarrow \cancel{AX^2=} \Rightarrow AC=PC$ и $AB=BP \Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle APC$ — равнобедренный и $\triangle ABP$ — равнобедренный

$\Rightarrow$ ~~$\triangle ABC$ пересечением~~ отрезков BP; AP и PC

и разделился на 3 равнобедренных треугольника

$\Rightarrow$ ~~Ответ: P-точка~~

Ответ: P-точка, при которой $\triangle ABC$ разделился ?