Место для скобы

004023

Шифр

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА ВУЗОВ ТОМСКОЙ ОБЛАСТИ «ОРМО»

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

1.	Предмет	Математика
2.	Вариант	2
3.	Класс	10
4.	Фамилия	АГАФОНОВ
	Имя	ПАВЕЛ
	Отчество	АНДРЕЕВИЧ
5.	Дата рождения	23 (Число) 10 (Месяц) 2004 (Год)
6.	Страна	РФ
7.	Регион *(пр: Томская обл., Алтайский край)*	ТОМСКАЯ ОБЛАСТЬ
8.	Вид муниципального образования *(пр: село, город, пгт, деревня)*	ГОРОД
9.	Населенный пункт *(пр: Томск, Кемерово, Псков)*	ТОМСК
10.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь	ОГБОУ „ТФТЛ"

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e-mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись ПАгаф

Место для скобы

Шифр 004023

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
34б	5.04.21	Гендрина И. Ю.	[signature]

1	2	3	4	5
6	7	7	7	7

№1.

$\sqrt{x^2+2020}-x$ – целое, $2x-\sqrt{x^2+2020}$ – целое $\Rightarrow$

$2x-\sqrt{x^2+2020}+\sqrt{x^2+2020}-x=x$ – целое.

$2\sqrt{x^2+2020}-2x+2x-\sqrt{x^2+2020}=\sqrt{x^2+2020}$ – целое

$\sqrt{x^2+2}-\sqrt{x^2+2020}$ – целое, где $\sqrt{x^2+2020}$ – целое $\Rightarrow$

$\sqrt{x^2+2}$ – целое.

Недост. обосн.

6б

$\sqrt{x^2+2}$ не может быть целым, ~~при~~ где x – целое число.

Разность между квадратами чисел будет ~~возрастании~~ возрастать при увеличении чисел. $x=0$ $\sqrt{2}$ – не целое. ~~Не по~~ Не подходит.

$x=1$ $\sqrt{3}$ – не целое. Не ~~подходит~~ подходит

$x=2$ $\sqrt{6}$ – не целое. Не подходит.

Остальная разность ~~будет бо~~ квадратов чисел, отличающихся на 1 будет больше 2. $\Rightarrow$ ~~Нет решений~~

~~Ответ~~:

Прод. на след. странице.

Место для скобы

Шифр 004023

$\sqrt{x^2+2}$ не будет целым при $x \in \mathbb{Z}$. $\Rightarrow$

$\cancel{\sqrt{x^2+2} - \sqrt{x^2+2020}}$ $\cancel{\sqrt{x^2+2020}}$.

$\sqrt{x^2+2} - \sqrt{x^2+2020}$ ~~не~~ $\notin \mathbb{Z} \Rightarrow$

Такое число x не существует.

Ответ: Нет, не существует.

№4. $\sqrt[2020]{\frac{2021}{2020}} > \sqrt[2020]{\frac{2021}{2019}}$ $\cancel{\sqrt[2020]{\frac{2021}{2020}} < \sqrt[2020]{\frac{2021}{2019}}}$ 7 б

$\cancel{\sqrt[2020]{\frac{2020}{2020}} < \sqrt[2020]{\frac{2021}{2020}}}$, т.к $\frac{2021}{2020} < \frac{2021}{2019} \Rightarrow$

~~Докажем~~, что $\sqrt[2020]{\frac{2020}{2021}} + \sqrt[2020]{\frac{2021}{2020}} > 2$ ммм

Сделаем замену $\cancel{t = \sqrt[2020]{}}$ $t = \frac{2020}{2021}$.

$$\sqrt[2020]{t} + \sqrt[2020]{\frac{1}{t}} > 2.$$

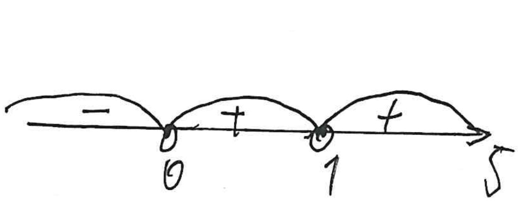
~~Пусть~~ $\sqrt[2020]{t} + \frac{1}{\sqrt[2020]{t}} > 2$

Пусть $s = \sqrt[2020]{t} \Rightarrow s + \frac{1}{s} > 2.$

$$\frac{s^2+1}{s} > 2 \Rightarrow \frac{s^2-2s+1}{s} > 0 \Rightarrow \frac{(s-1)^2}{s} > 0$$

$$\frac{2020}{2021} > 0 \Rightarrow \sqrt[2020]{\frac{2020}{2021}} > 0 \Rightarrow s > 0$$

$$\frac{2020}{2021} < 1 \Rightarrow \sqrt[2020]{\frac{2020}{2021}} < 1 = s < 1. \Rightarrow$$



Прод. на след. странице

Место для скобы

Шифр 004023

$5 \in (0;1) \Rightarrow 5 > 0 \Rightarrow \frac{(5-1)^2}{5} > 0 \Rightarrow$

$\sqrt[2020]{\frac{2020}{2021}} + \sqrt[2020]{\frac{2021}{2020}} > 2$

$\cancel{\sqrt[2020]{\frac{2020}{2021}} + \sqrt[2020]{}}$

$\sqrt[2020]{\frac{2020}{2021}} + \sqrt[2020]{\frac{2021}{2019}} > \sqrt[2020]{\frac{2021}{2020}} + \sqrt[2020]{\frac{2020}{2021}} > 2 \Rightarrow$

$\sqrt[2020]{\frac{2020}{2021}} + \sqrt[2020]{\frac{2021}{2019}} > 2$ ЧТД.

№3. $\begin{cases} f(0)+f(1)=0 \\ f(2)+f(3)=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a\cdot 0+b\cdot 0+c+a\cdot 1+b\cdot 1+c=0 \\ a\cdot 4+b\cdot 2+c+a\cdot 9+b\cdot 3+c=0 \end{cases} \Rightarrow$

$\begin{cases} a+b+2c=0 \\ 13a+5b+2c=0 \end{cases} \Rightarrow 12a+4b=0 \Rightarrow$

$3a+b=0 \Rightarrow b=-3a.$

$a-3a+2c=0 \Rightarrow 2c-2a=0 \Rightarrow$

$c=a.$

$\cancel{f(x)=2020}.$ $f(x)=2020$

7б

$ax^2+(-3a)x+a=2020$

$ax^2-3ax+a-2020.$

По ~~т. В.~~ теореме Виета: $x_1+x_2=\frac{3a}{a}=3.$

Ответ: 3. ✓

№2.

$$\begin{cases} 5xy+yz+2xz=-x & (1) \\ 14xy+3yz+5xz=-4x & (2) \\ 2xy+xz=4x & (3) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5xy+yz+2xz=-x \\ 18xy+8xz+3yz=0 & (4) \end{cases} \Rightarrow$$

$$18xy+8xz+3yz-3(5xy+yz+2xz)=3x$$

$$xy=3x \Rightarrow x(y-3)=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ y=3. \end{array}\right.$$

Если $y=3$.

$$2\cdot 3\cdot x+xz=4x$$

$$2x+xz=0$$

$$x(z+2)=0$$

$$\left[\begin{array}{l} x=0 \\ z=-2 \end{array}\right. \Rightarrow$$

Если $z=-2$.

Тогда по (4)

$$48x-12x+9(-2)=0$$

$$36x-18=0$$

$$x=\frac{1}{2}$$

$$\left(\frac{1}{2};3;-2\right).$$

Если $x=0$, ~~и $y\neq 3$~~.

5. ~~Тогда~~ Тогда по (4):

~~$18\cdot 0+8\cdot 0+9z=0 \Rightarrow z=0 \Rightarrow (0;3;0)$.~~

$$18\cdot 0+8\cdot 0+3\cdot yz=0 \Rightarrow \cancel{3yz=0}$$

$$3yz=0 \Rightarrow yz=0. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} y=0 \\ z=0. \end{array}\right.$$

Если $y=0$.

$18\cdot 0+8\cdot 0+3\cdot 0=0 \Rightarrow z$ - любое число. $(0;0;t)$

Если $z=0$.

$18\cdot 0+8\cdot 0+3\cdot 0=0 \Rightarrow y$ - любое число.

$(0;t;0)$.

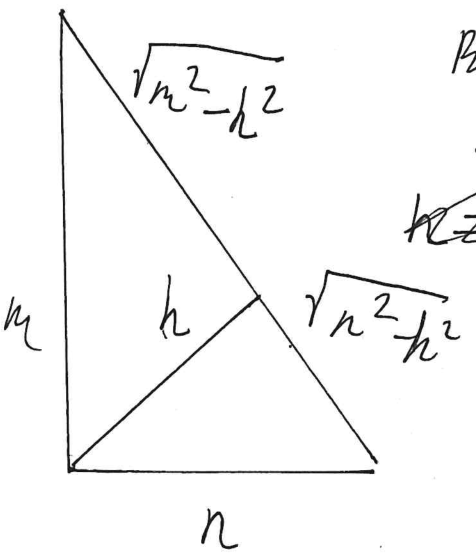
Ответ: $\left(\frac{1}{2};3;-2\right)$, $(0;0;t)$, $(0;t;0)$, где t - любое число.

Место для скобы

Шифр

№5.

Решение:



Высота проведена к гипотенузе.

$\cancel{h=\sqrt{mn}}$ Вычислим h.

$$h=\sqrt{\sqrt{m^2-h^2}\cdot\sqrt{n^2-h^2}} \Rightarrow$$

7б

$$h^2=\sqrt{(m^2-h^2)(n^2-h^2)}$$

$$h^4=m^2n^2-n^2h^2-m^2h^2+h^4$$

$$(m^2+n^2)h^2=m^2n^2$$

$$h^2=\frac{m^2n^2}{m^2+n^2} \Rightarrow h=\frac{mn}{\sqrt{m^2+n^2}}$$

По теореме Пифагора: $\cancel{\sqrt{m^2+n^2}}$. $K=\sqrt{m^2+n^2}$

Сравним $\frac{mn}{\sqrt{m^2+n^2}}+\sqrt{m^2+n^2}$ и $m+n$

$\cancel{\frac{1}{\sqrt{m^2+n^2}}\left(mn+\frac{m^2}{+n^2}\right)} \quad m+n$

$\cancel{\sqrt{m^2+n^2}\left(\frac{mn}{m^2+n^2}+1\right) \quad m+n}$

$\cancel{\left(\frac{mn}{m^2+n^2}+1\right) \quad \frac{m+n}{\sqrt{m^2+n^2}}}$

$\cancel{m+n \quad \sqrt{m^2+n^2}}$

$m+n>\sqrt{m^2+n^2}$

$n^2+m^2+2mn \quad m^2+n^2 \Rightarrow$

Продолжение на след. странице.

Место для скобы

Шифр

$$\frac{mn}{\sqrt{m^2+n^2}}+\sqrt{m^2+n^2}>m+n$$

$$\sqrt{m^2+n^2}\left(\frac{mn}{m^2+n^2}+1\right)>m+n$$

$$\frac{mn}{m^2+n^2}+1>\frac{m+n}{\sqrt{m^2+n^2}}$$

$$m+n>\sqrt{m^2+n^2}$$

$$m^2+2mn+n^2>m^2+n^2$$

$$2mn>0\Rightarrow m+n>\sqrt{m^2+n^2}\Rightarrow$$

$$\frac{mn}{m^2+n^2}>\cancel{m+}\ 1-1$$

$$\frac{mn}{m^2+n^2}>0$$, это верно при $m,n>0$.

$$\Downarrow$$

$$\frac{mn}{\sqrt{m^2+n^2}}+\sqrt{m^2+n^2}>m+n\Rightarrow$$

$k+h>m+n\Rightarrow$ ~~Не~~ Невозможно.

Ответ: ~~Не возм~~ Невозможно.