



Место для скобы

Шифр

ОРМО 23  
11-684

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
16	31.03	Корсакина Е.С.	К

1)  $2x^2 + 2x^2z^2 + z^2 + 7y^2 - 42y + 330 \quad x, y, z \in \mathbb{Z}$

$2x^2(1+z^2) + z^2 + 1 + 7(y^2 - 6y + 9) - 31 = 0$

$(1+z^2)(2x^2+1) + 7(y-3)^2 = 31$

$y \in \mathbb{Z} \Rightarrow 7(y-3)^2 = \begin{cases} 7 \cdot 0 = 0 \\ 7 \cdot 1 = 7 \\ 7 \cdot 2^2 = 28 \\ 7 \cdot 3^2 = 63 \end{cases}$

*корректно*

1	2	3	4	5	Σ
2	0	5	7	2	16

$y=3 \Rightarrow (1+z^2)(2x^2+1) = 31$

$\begin{cases} 1+z^2 = 1 \\ 2x^2+1 = 31 \end{cases} \Rightarrow \emptyset$  *корректно*

$\begin{cases} y=4 \\ y=2 \end{cases} \Rightarrow (1+z^2)(2x^2+1) = 24 \Rightarrow \emptyset$

$\begin{cases} y=5 \\ y=1 \end{cases} \Rightarrow (1+z^2)(2x^2+1) = 3$  *корректно*

*не все реш-я*

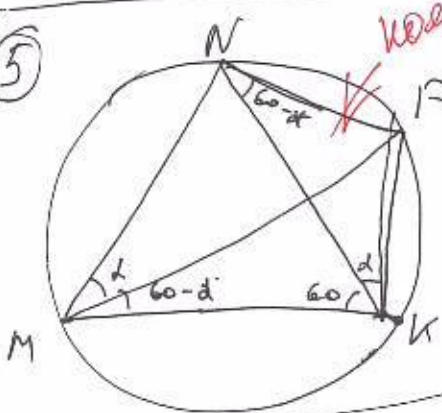
ОТвет:  $(1; 5; 0)$  и  $(1; 1; 0)$

$\begin{cases} 1+z^2 = 1 \\ 2x^2+1 = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1+z^2 = 3 \\ 2x^2+1 = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} z=0 \\ z=0 \\ x=1 \end{cases}$

*+*

5

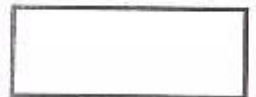


$\frac{MF}{\sin(60+\alpha)} = 2R$   
 $\frac{NF}{\sin \alpha} = 2R$   
 $\frac{FK}{\sin(60-\alpha)} = 2R$

$MF = 2R \sin(60+\alpha)$   
 $NF = 2R \sin \alpha$   
 $FK = 2R \sin(60-\alpha)$

$[MF^4 + NF^4 + FK^4 = 16R^4 [\sin^4(60+\alpha) + \sin^4 \alpha + \sin^4(60-\alpha)]]$

*α*



$$\left(\frac{1 - \cos(120 + 2\alpha)}{2}\right)^2 + \left(\frac{1 - \cos(120 - 2\alpha)}{2}\right)^2 + \left(\frac{1 - \cos 2\alpha}{2}\right)^2$$

*открылки, но не все!*

$$= \frac{3 - 4\cos(120 + 2\alpha) + \cos(240 + 4\alpha) + 3 - 4\cos(120 - 2\alpha) + \cos(240 - 4\alpha) + 3 - 4\cos 2\alpha + \cos 4\alpha}{8}$$

*Реш-е же?*

$$= \frac{9 - 4(2\cos 120 \cdot \cos 2\alpha + \cos 2\alpha)}{8} + \frac{2\cos 240 + \cos 4\alpha + \cos 4\alpha}{8} =$$

$$= \frac{9 - 4(-\cos 2\alpha + \cos 2\alpha) - \cos 4\alpha + \cos 4\alpha}{8} =$$

$$\boxed{\frac{9}{8}}$$

*+*

④  $ax^3 - ax^2 + bx + b = 0$

$$\begin{cases} x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = -\frac{b}{a} \\ x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_3 + x_2 \cdot x_3 = \frac{b}{a} \end{cases}$$

$$(x_1 + x_2 + x_3) \left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3}\right) = 1 \left(\frac{x_1 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_3 + x_2 \cdot x_3}{x_1 \cdot x_2 \cdot x_3}\right) = \frac{\frac{b}{a}}{-\frac{b}{a}} = \textcircled{-1}$$

*+*

③  $\frac{2a}{3(b+c)} + \frac{2b}{3(a+c)} + \frac{2c}{3(a+b)} \geq 1$

$$\begin{cases} a+b=c \\ b+c=a \\ a+c=b \end{cases} \Rightarrow a+b+c = \frac{x+y+z}{2}$$

$$\begin{cases} a = x+z-y \\ b = x+y-z \\ c = y+z-x \end{cases}$$

$$= \frac{2}{3} \left(\frac{a}{b+c} + \frac{b}{a+c} + \frac{c}{a+b}\right) = \frac{2}{3} \left(\frac{x+y+z}{2y} + \frac{x+y+z}{2z} + \frac{y+z-x}{2x}\right) =$$

$$= \frac{1}{3} \left(\frac{x}{y} + \frac{z}{y} - 1 + \frac{x}{z} + \frac{y}{z} - 1 + \frac{y}{x} + \frac{z}{x} - 1\right) = \frac{1}{3} \left(\left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x}\right) + \left(\frac{z}{y} + \frac{y}{z}\right) + \left(\frac{x}{z} + \frac{z}{x}\right) - 3\right) \geq$$

$$= \frac{1}{3} \left(2\sqrt{\frac{x}{y} \cdot \frac{y}{x}} + 2\sqrt{\frac{z}{y} \cdot \frac{y}{z}} + 2\sqrt{\frac{x}{z} \cdot \frac{z}{x}} - 3\right) = \frac{1}{3} (2 \cdot 1 + 2 \cdot 1 + 2 \cdot 1 - 3) = \frac{1}{3} (6 - 3) = 1$$

$$\sqrt{2a \quad 2b \quad 2c}$$



